MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Modelagem matemática

Orientadores: Prof. Dr. Abel Rodolfo Garcia Lozano
Profª. Drª. Jacqueline de Cássia Pinheiro Lima

Mestrandos:
Willian da Silva Leal

Os problemas apresentados abaixo podem ser modelados usando matemática discreta, uma vez modelados se faz necessário resolver os problemas associados a estes, o que permite estimular o pensamento algorítmico.

Problema 1.

No primeiro fim de semana de novembro deste mesmo ano, a Universidade do Grande Rio estará promovendo uma série de palestras sobre Ecologia, Doenças Sexualmente Transmissíveis (DST), Teoria da Relatividade e Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA). O “Público Alvo” está dividido basicamente em três grupos: Ensino Fundamental (EF), Ensino Médio (EM) e Ensino Superior (ES). A palestra sobre Teoria da Relatividade estará sendo oferecida somente para estudantes de nível superior, enquanto as sobre DST e ECA **não** estarão sendo oferecidas aos estudantes de nível fundamental e superior, respectivamente.

Monte os horários das palestras, sabendo que serão oferecidas, no mesmo dia, durante o turno da manhã, com as seguintes opções: 8h às 9h; 9h 30min às 10h 30min e 11h às 12h e só existe um Professor disponível para cada palestra.

“Tudo deveria se tornar o mais simples possível, mas não simplificado”.

Albert Einstein

Apêndice II

Problema Dois

Centro-Oeste do Brasil. Para isso, em seu "Projeto Piloto", instalou heliportos nas capitais de todos os estados das regiões citadas e em Brasília.

Utilize o mapa abaixo e a tabela com as distâncias entre as capitais e faça uma estimativa sobre as possíveis capitais "sedes" e o número mínimo de aeronaves necessárias para a realização do projeto, sabendo que cada aeronave deverá atender em um raio máximo de 1 000 Km.

Apêndice III

Problema Três

Orientadores: Prof. Dr. Abel Rodolfo Garcia Lozano
Profª. Drª. Jacqueline de Cássia Pinheiro Lima

Mestrandos: Gessé Pereira Ferreira
Willian da Silva Leal

- Língua Estrangeira, 3 aulas;
- História, 3 aulas; e
- Geografia, 3 aulas.

Monte o quadro de horários para o ano letivo de 2009, sabendo que a escola já possui alunos, pré-matriculados, suficientes para formar 20 turmas no "turno" da manhã. Use o mínimo de professores possíveis de cada currículo e, observe ainda, que nenhuma das turmas poderá ter mais de três aulas seguidas, do mesmo currículo, no mesmo dia. Use o quadro abaixo como modelo.

Início de cada aula	Seg.	Ter.	Qua.	Qui.	Sex.
1.ª 7h 30min					
2.ª 8h 20min					
3.ª 9h 10min					
10h	intervalo	intervalo	intervalo	intervalo	intervalo
4.ª 10h 20min					
5.ª 11h 10min					
6.ª 12h					

Apêndice IV
Problema Quatro

MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Modelagem matemática

Orientadores: Prof. Dr. Abel Rodolfo Garcia Lozano
Prof[a]. Dr[a]. Jacqueline de Cássia Pinheiro Lima
Mestrandos: Gessé Pereira Ferreira
Willian da Silva Leal

Problema 4

Uma universidade vai realizar os exames finais de seu curso de Engenharia Mecânica, que serão aplicados em *n* dias, cada um com apenas dois horários disponíveis para a realização dos mesmos, às 8h e 13h.

Alguns alunos estão matriculados em mais de uma disciplina, excetuando-se as disciplinas que possuem pré-requisitos ainda não atingidos pelo aluno, e assim não podemos marcar os exames das disciplinas que possam ter alunos matriculados em ambas, no mesmo horário. Observe que, disciplinas que possuem pré-requisito não possuem alunos em comum com o seu pré-requisito, portanto podem realizar seus exames no mesmo horário e dia.

Observações:
I) A sala é grande suficiente para todos os alunos matriculados numa determinada disciplina e satisfaz todas as características requeridas para a realização do exame.

II)Desde que obedeça a seu pré-requisito, um aluno pode estar matriculado em qualquer disciplina, de qualquer período.

Crie uma tabela e horários em que todos os exames sejam associados a uma célula de horário, obedecendo às restrições acima citadas, e que permita que cada aluno possa fazer todos os exames que lhe cabem, sem que tenha que fazer dois exames num mesmo dia e hora, procurando realizá-los no menor número de dias possível.

O quadro abaixo mostra todas as disciplinas oferecidas, bem como seus pré-requisitos, indicando a disciplina através do seu código.

Curso de Engenharia Mecânica: Grade Curricular

Código	Disciplinas	Pré-Requisito	
101	DESENHO MECÂNICO	-	
102	INTRODUÇÃO À ENGENHARIA MECÂNICA	-	
103	CÁLCULO I	-	
104	GEOMETRIA ANALÍTICA E VETORES	-	
105	PROGRAMAÇÃO DE COMPUTADORES	-	1^0 Período
106	QUÍMICA GERAL	-	
107	LABORATÓRIO DE QUÍMICA	-	
108	COMUNICAÇÃO E EXPRESSÃO	-	
109	EDUCAÇÃO FÍSICA DESPORTIVA	-	
112	MÉTODOS COMPUTACIONAIS	103	
113	DESENHO COM AUXÍLIO DO COMPUTADOR	101	
114	FÍSICA I	103	
115	LABORATÓRIO DE FÍSICA I	114	2^0 Período
116	CÁLCULO II	103 - 104	
117	PRÁTICA DE OFICINAS	-	
118	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS	106 - 107	
119	PSICOLOGIA APLICADA	-	
122	FÍSICA IIII	114 - 115	
123	LABORATÓRIO DE FÍSICA III	122	
124	CÁCULO NUMÉRICO EM COMPUTADOR	104 -112	3^0 Período
125	ESTÁTICA	114 - 115 - 116	
126	INTRODUCÃO À ENG. DE FABRICAÇÃO	114 - 115 - 117	
127	TRANSFORM. DE D\FASES DOS MATERIAIS	118	
128	CÁLCULO III	116	
131	DINÂMICA	125	
132	MECÂMICA DOS FLUÍDOS I	128	
133	RSISTÊNCIA DOS MATERIAIS I	125	
134	TERMODINÂMICA	116 - 122 - 123	4^0 Período
135	CIRCUITOS ELÉTRICOS	128	
136	ESTÁTÍSTICA I	116	
137	USINAGEM DOS MATERIAIS	118 - 126	
138	INTROD. DAS TÉCNIC. ELETROMAGNÉTICAS	122 - 123	
141	ELETOTÉCNICA	127 - 138	
142	LABORATÓRIO DE ELETROTÉCNICA	141	
143	RESISTÊNCIA DOS MARTERIAIS II	133	5^0 Período
144	MECÂNICA DOS FLUÍDOS II	132	
145	TRANSFERÊNCIA DE CALOR I	132 - 13445	
146	ELEMENTOS DO MÁQUIINAS I	131	

147	DINÂMICAS DAS MÁQUINAS	128 - 131	
148	ESTÁTISTICA II	136	
149	ENSAIOS DOS MATERIAIS	135	

152	VIBRAÇÕES MECÂNICAS	128 - 131	
153	INTRODUÇÃO À ELETRÔNICA	138	
154	LABORATÓRIO DE ELETRÔNICA	153	
155	SISTEMA FLUÍDOSMECÂNICOS I	144	
156	ELEMENTOS DE MÁQUINAS II	143 - 146	6^0 Período
157	CONTROLE DE SISTEMAS DE MECÂNICOS	147	
158	LABORATÓRIO DE ENG. DOS MATERIAIS	149	
159	PROCESSOS METALÚRG. DE FABRICAÇÃO	135	
160	TRANSFERÊNCIA DE CALOR II	144 - 145	

163	INTRODUÇÃO À ADMINISTRAÇÃO	-	
164	SISTEMA FLÚIDOS MECÂNICOS II	144	
165	MÁQUINAS TERMICAS	160	
166	ENGENHARIA DE QUALIDADE	148	
167	GERAÇÃO, DISTRIB. E UTILIZ. DO VAPOR	160	7^0 Período
168	CONFORMAÇÃO MECÂNICA	126 - 135	
169	SIST. DE PROD. E AUTOM. DE MANUFAT.	148	
170	INSTRUMENTAÇÃO	143 -145 - 149	

173	ORGANIZAÇÃO DE EMPRESAS	163	
174	CONTROLE TÉRMICOS DE AMBIENTES	160	
175	LABORAT. DE PROCESSOS DE FABRICAÇÃO	135 - 159 - 168	
176	AUTOVEÍCULO	164 - 165	8^0 Período
177	SELEÇÃO DE MATERIAIS	135	
178	LABORATÓRIO DE CALOR E FLUÍDOS	155 - 160 - 164	
179	ECONOMIA PARA ENGENHARIA	148	
180	DIREITO	-	

183	SOCIOLOGIA	-	
184	LABORATÓRIO DE SISTEMAS TÉRMICAS	165 - 166 - 173	
185	MÁQUINAS DE ELEVAÇÃO E TRANSPORTE	164 -165	
186	CUSTOS INDUSTRIAIS	178	9^0 Período
187	PLANEJ. E CONTROLE DA PRODUÇÃO	163	
188	MANUTENÇÃO INDUSTRIAL	173	
189	CIÊNCAIS DO AMBIENTE	-	

Disciplinas Optativas

Código	Disciplinas	Pré-Requisito		Crédito
194	PESQUISA OPERACIONAL	169	60	4
195	PROJETO DO RODUTO E DA FABRICA	169	60	4
196	SISTEMA CED / CAD / CAM EM ENGENHARIA	112 - 116	60	4
197	DESENHO 3D COM AUXÍLIO DO COMPUTADOR	-	60	4
198	TÓPICOS EM ENGENHARIA MECÂNICA I	-	VAR.	VAR.
199	TÓPICOS EM ENGENHARIA MECÂNICA II	-	VAR.	VAR.
200	TUBULAÇÕES E VENTILAÇÕES INDUSTRIAL	144 - 145	60	4
201	PROJETOS DE SISTEMAS MECÂNICOS	166	60	4
202	USINAS HIDRELÉTRICAS	143	60	4
203	ESTRUTURA METÁLICA PARA ENG. MECÂNICA	173	60	4
204	ERGONOMIA E SEGURANÇA DOA TRABALHO	173		
205	PROTEÇÃO ANTICORROSIVA	106 - 107		
206	ENGENHARIA MECÂNICA ROVIARIA	152 - 166		

DISTÂNCIA ENTRE AS CAPITAIS BRASILEIRAS - em Km

Números acima do 0 (zero) = Distâncias AÉREAS / Números abaixo do 0 (zero) = Distâncias RODOVIÁRIAS

Anexo I

Distância entre as Capitais Brasileiras

	Aracaju	Belém	Belo Horizont	Boa Vista	Brasíli	Campo	Cuiab	Curitib a	Florianó polis	Fortalez a	Goiânia	João Pessoa	Macap á

			e		a	Grande	á						
Aracaju	0	1.641	1.248	3.022	1.292	2.155	2.121	2.061	2.207	815	1.461	486	1.967
Belém	2.079	0	2.111	1.432	1.592	2.212	1.778	2.665	2.904	1.133	1.693	1.636	329
B. Horizonte	1.578	2.824	0	3.117	624	1.118	1.372	820	973	1.893	666	1.726	2.349
Boa Vista	6.000	6.083	4.736	0	2.496	2.667	2.107	3.370	3.620	2.562	2.503	3.067	1.110
Brasília	1.652	2.120	716	4.275	0	878	873	1.081	1.314	1.687	173	1.716	1.791
C. Grande	2.765	2.942	1.453	3.836	1.134	0	559	780	1.007	2.547	705	2.593	2.309
Cuiabá	2.775	2.941	1.594	3.142	1.133	694	0	1.302	1.543	2.329	740	2.495	1.822
Curitiba	2.595	3.193	1.004	4.821	1.366	991	1.679	0	251	2.670	972	2.545	2.836
Florianópolis	2.892	3.500	1.301	5.128	1.673	1.298	1.986	300	0	2.857	1.215	2.693	3.082
Fortaleza	1.183	1.610	2.528	6.548	2.200	3.407	3.406	3.541	3.838	0	1.854	555	1.451
Goiânia	1.848	2.017	906	4.076	209	935	934	1.186	1.493	2.482	0	1.889	1.868
João Pessoa	611	2.161	2.171	6.593	2.245	3.357	3.366	3.188	3.485	688	2.442	0	1.964
Macapá													0
Maceió	294	2.173	1.854	6.279	1.930	3.040	3.049	2.871	3.168	1.075	2.125	395	
Manaus	5.215	5.298	3.951	785	3.490	3.051	2.357	4.036	4.443	5.763	3.291	5.808	
Natal	788	2.108	2.348	6.770	2.422	3.534	3.543	3.365	3.662	537	2.618	185	
Palmas	1.662	1.283	1.690	4.926	973	1.785	1.784	2.036	2.336	2.035	874	2.253	
Porto Alegre	3.296	3.852	1.712	5.348	2.027	1.518	2.206	711	476	4.242	1.847	3.889	
Porto Velho	4.230	4.397	3.050	1.686	2.589	2.150	1.456	3.135	3.442	4.862	2.390	4.822	
Recife	501	2.074	2.061	6.483	2.135	3.247	3.255	3.078	3.375	800	2.332	120	
Rio Branco	4.763	4.931	3.584	2.230	3.123	2.684	1.990	3.669	3.976	5.396	2.924	5.356	
R. Janeiro	1.855	3.250	434	5.159	1.148	1.444	2.017	852	1.144	2.805	1.338	2.448	
Salvador	356	2.100	1.372	5.794	1.446	2.568	2.566	2.385	2.682	1.389	1.643	949	
São Luis	1.578	806	2.738	6.120	2.157	2.979	2.978	3.230	3.537	1.070	2.054	1.660	
São Paulo	2.187	2.933	586	4.756	1.015	1.014	1.614	408	705	3.127	926	2.770	
Teresina	1.142	947	2.302	6.052	1.789	2.911	2.910	3.143	3.450	634	1.986	1.224	
Vitória	1.408	3.108	524	5.261	1.239	1.892	2.119	1.300	1.597	2.397	1.428	2.001	

DISTÂNCIA ENTRE AS CAPITAIS BRASILEIRAS

- em Km

Números acima do 0 (zero) = Distâncias AÉREAS / Números abaixo do 0 (zero) = Distâncias RODOVIÁRIAS

	Maceió	Manaus	Natal	Palmas	Porto Alegre	Porto Velho	Recife	Rio Branco	R. Janeiro	Salvador	São Luis	S. Paulo	Teresina	Vitória
Aracaju	201	2.673	604	1.235	2.580	2.946	398	3.359	1.482	277	1.226	1.731	903	1.102
Belém	1.680	1.292	1.550	973	3.188	1.886	1.676	2.333	2.450	1.687	481	2.463	750	2.275
B. Horizonte	1.439	2.556	1.831	1.178	1.341	2.477	1.639	2.786	339	964	1.932	489	1.652	378
Boa Vista	3.089	661	2.983	1.988	3.785	1.335	3.103	1.626	3.428	3.009	1.913	3.300	2.169	3.394
Brasília	1.485	1.932	1.775	620	1.619	1.900	1.657	2.246	933	1.060	1.524	873	1.313	947
C. Grande	2.352	2.013	2.654	1.320	1.119	1.634	2.530	1.827	1.212	1.905	2.284	894	2.132	1.490
Cuiabá	2.302	1.453	2.524	1.029	1.679	1.137	2.452	1.414	1.575	1.915	1.942	1.326	1.862	1.745
Curitiba	2.259	2.734	2.645	1.693	546	2.412	2.459	2.601	675	1.784	2.599	338	2.362	1.076
Florianópolis	2.402	2.981	2.802	1.931	376	2.641	2.603	2.809	748	1.930	2.821	489	2.573	1.160
Fortaleza	730	2.383	435	1.300	3.213	2.855	629	3.300	2.190	1.028	652	2.368	495	1.855
Goiânia	1.656	1.912	1.948	724	1.497	1.813	1.829	2.138	936	1.225	1.662	810	1.467	1.022
João Pessoa	299	2.819	151	1.521	3.066	3.200	104	3.632	1.968	763	1.162	2.216	905	1.581
Macapá	2.009	1.054	1.874	1.177	3.341	1.724	2.005	2.159	2.687	2.000	803	2.664	1.079	2.545
Maceió	0	2.778	434	1.383	2.775	3.090	202	3.510	1.671	475	1.234	1.928	929	1.282
Manaus	5.491	0	2.765	1.509	3.132	761	2.833	1.149	2.849	2.605	1.746	2.689	1.921	2.865
Natal	572	5.985	0	1.527	3.172	3.179	253	3.616	2.085	875	1.071	2.320	843	1.706
Palmas	1.851	4.141	2.345	0	2.222	1.711	1.498	2.127	1.512	1.114	964	1.493	835	1.413
Porto Alegre	3.572	4.563	4.066	2.747	0	2.706	2.977	2.814	1.123	2.303	3.142	852	2.909	1.536
Porto Velho	4.505	901	4.998		3.662	0	3.190	449	2.707	2.808	2.274	2.463	2.362	2.835
Recife	285	5.698	297	2.058	3.779	4.712	0	3.618	1.874	675	1.209	2.128	934	1.483
Rio Branco	5.039	1.445	5.533	3.764	4.196	544	5.243	0	2.982	3.206	2.726	2.704	2.806	3.156
R. Janeiro	2.131	4.374	2.625	2.124	1.553	3.473	2.338	4.007	0	1.209	2.266	357	1.979	412
Salvador	632	5.009	1.126	1.454	3.090	4.023	839	4.457	1.649	0	1.323	1.453	994	839
São Luis	1.672	5.335	1.607	1.386	3.891	4.434	1.573	4.968	3.015	1.599	0	2.348	329	2.023
São Paulo	2.453	3.971	2.947	1.776	1.109	3.070	2.660	3.604	429	1.962	2.970	0	2.091	741
Teresina	1.236	5.267	1.171	1.401	3.804	4.366	1.137	4.900	2.579	1.163	446	2.792	0	1.713
Vitória	1.684	4.476	2.178	2.214	2.001	3.575	1.831	4.109	521	1.202	2.607	882	2.171	0

Anexo II
Teoria dos Grafos

Grafos – Algumas Definições

Segundo LIPSCHUTZ, S., LIPSON, M. Matemática Discreta. Terceira Edição. Editora Artmed. Coleção Schaum.

Um grafo G consiste em:

(i) Um conjunto $V = V(G)$ cujos elementos são chamados *vértices*, *pontos* ou *nós* de G.

(ii) Um conjunto $E = E(G)$ de pares não ordenados de vértices distintos, chamados *arestas de G.*

Denotamos tal grafo por $G(V, E)$ quando queremos enfatizar as duas partes de G.

Vértices u e v são ditos adjacentes se existe uma aresta $e = \{u, v\}$. Neste caso, u e v são ditos os *extremos* de e, e diz-se que *e conecta u e v.* Além disso, diz-se que uma aresta e é *incidente* a seus extremos u e v.

Grafos são representados por diagramas no plano de modo natural. Especificamente, cada vértice v em V é representado por um ponto (ou pequeno círculo), e cada aresta $e= \{v_1, v_2\}$ é representada por uma curva que conecta seus extremos v_1 *e* v_2.

A representação gráfica de um grafo orientado G é uma representação de G no plano, ou seja, cada vértice u de G é representado por um ponto (ou um pequeno círculo), e cada aresta (orientada) $e = \{u, v\}$ é representada por uma seta ou curva orientada do ponto inicial u de e para o ponto terminal v. De uma forma geral, um dígrafo G é mais comumente representado por sua representação do que pela listagem explícita de seus vértices e arestas.

Um grafo orientado $G(V, E)$ é dito *finito* se o seu conjunto de vértices V e o seu conjunto de arestas E são finitos.

Subgrafos

Seja *G(V, E)* um grafo orientado, e seja *V'* um subconjunto de *V* de vértices de *G*. Suponha que *E'* é um subconjunto de *E* tal que os pontos finais das arestas em *E'* pertencem a *V'*. Logo, *H*(*V'*, *E'*) é um grafo orientado e dito *subgrafo* de *G*.

Algumas definições básicas

Ordem

A ordem de um grafo *G* é dada pela cardinalidade do conjunto de vértices, ou seja, pelo número de vértices de *G*.

Adjacência

Em um grafo simples dois vértices de *v* e *u* são adjacentes se há uma aresta $e = \{u, v\}$ em *G*. Esta aresta é dita incidente a ambos, *u* e *v*.

Laço

Um laço é uma aresta ou arco do tipo $e = \{u, u\}$, ou seja, que relaciona um vértice a ele próprio.

Grau

Seja *G* um grafo orientado. O grau de saída de um vértice *u* de *G* é o número de arestas começando em *v*, e o grau de entrada é o número de arestas terminando em *v*.

Teorema: a soma dos graus de saída dos vértices de um grafo orientado *G* é igual à soma dos graus de entrada dos vértices, que é igual ao número de arestas de *G*.

Grafo Regular

Um grafo é dito ser regular quando todos os seus vértices tem o mesmo grau.

Grafo Completo

Um grafo é dito ser completo quando há uma aresta entre cada par de seus vértices. Estes grafos são designados por K_n, onde n é a ordem do grafo

Grafo Valorado

Um grafo *G(V, E)* é dito ser valorado quando existe uma ou mais funções relacionando *V* e/ou *E* com um conjunto de números.

Multigrafo

Um grafo *G(V, E)* é dito um multigrafo quando existem múltiplas arestas entre pares de vértices de *G*.

Cadeia

Uma cadeia é uma sequência qualquer de arestas adjacentes que ligam dois vértices. O conceito de cadeia vale também para grafos orientados, bastando que se ignore o sentido da orientação dos arcos.

Caminhos

Seja *G* um grafo orientado. Os conceitos de caminho, caminho simples, trilha e ciclo são os mesmos dos grafos não orientados, exceto pelo fato de que a direção da aresta deve coincidir com a direção do caminho.

1) Um caminho orientado *P* em *G* é uma sequência alternada de vértices e arestas orientadas.
2) O comprimento do caminho *P* é *n*, seu número de arestas.
3) Um caminho simples é um caminho com vértices distintos. Uma trilha é um caminho com arestas distintas.
4) Um caminho fechado tem os vértices primeiro e último iguais.
5) Um caminho gerador contém todos os vértices de *G*.
6) Um ciclo ou circuito é um caminho fechado com vértices distintos (exceto o primeiro e o último).

7) Um semicaminho é o mesmo que um caminho, a não ser pelo fato de que a aresta e_i pode iniciar em v_{i-1} ou v_i e terminar no outro vértice. Semitrilhas e caminhos semi-simples são definidos de maneira análoga.

Ciclo

Um ciclo é uma cadeia simples e fechada, ou seja, o vértice inicial é o mesmo que o vértice final.

Circuito

Um circuito é um caminho simples e fechado.

Grafo Conexo

Um grafo $G(V, E)$ é dito ser conexo se há pelo menos uma cadeia ligando cada para de vértices deste grafo G.

Grafo Desconexo

Um grafo $G(V, E)$ é dito ser desconexo se há pelo menos um par de vértices que não está ligado por nenhuma cadeia.

Conectividade

Existem três tipos de conectividade em um grafo orientado G:

1) G é fortemente conexo ou forte se, para qualquer par de vértices u e v em G, existe um caminho de u para v e um caminho de v para u, isto é, se cada um deles é alcançável a partir do outro.
2) G é unilateralmente conexo ou unilateral, se para qualquer par de vértices u e v em G, existe um caminho de u para v ou um caminho de v para u, isto é, se algum deles é alcançável a partir do outro.
3) G é fracamente conexo ou fraco se existe um semicaminho entre quaisquer dois vértices u e v em G.

Vértice de Corte

Um vértice é dito ser um vértice de corte se sua remoção, juntamente com as arestas a ele conectadas, provoca uma redução na conexidade do grafo.

Ponte

Uma aresta é dita ser uma ponte se sua remoção provoca uma redução na conexidade do grafo.

Base

Uma base de um grafo $G(V, E)$ é um subconjunto $B \subseteq V$, tal que:

- dois vértices quaisquer de B não são ligados por nenhum caminho;
- todo vértice não pertencente a B pode ser atingido por um caminho partindo de B.

Anti-Base

Uma anti-base de um grafo V é um subconjunto $A \subseteq V$, tal que:

- dois vértices quaisquer de A não são ligados por nenhum caminho;
- de todo vértice não pertencente a A pode-se atingir A por um caminho.

Raiz

Se a base de um grafo $G(V, E)$ é um conjunto unitário, então esta base é a raiz de G.

Anti-Raiz

Se a anti-base de um grafo $G(V, E)$ é um conjunto unitário, então esta anti-base é a anti-raiz de G.

Árvore

Uma árvore é um grafo conexo sem ciclos.

Seja $G(V, E)$ um grafo com ordem $n > 2$; as propriedades seguintes são equivalentes para caracterizar G como uma árvore:

1) *G* é conexo e sem ciclos;

2) *G* é sem ciclos e tem $n - 1$ arestas;

3) *G* é conexo e tem $n - 1$ arestas;

4) *G* é sem ciclos e por adição de uma aresta se cria um ciclo e somente um;

5) *G* é conexo, mas deixa de sê-lo se uma aresta é suprimida (todas as arestas são pontes);

6) Todo par de vértices de *G* é unido por uma e somente uma cadeia simples.

Árvore com Raízes

Árvore é um grafo conexo acíclico, isto é, um grafo conexo sem ciclos. Uma árvore com raiz ou enraizada *T* é uma árvore que contém um vértice designado *r*, chamado de raiz de árvore. Como existe um único caminho simples da raiz r para qualquer outro vértice *v* em T, isso determina a direção das arestas de *T*. Portanto, *T* pode ser visto como um grafo orientado. Qualquer árvore pode ser transformada em uma árvore com raiz pela simples seleção de um dos vértices como a raiz.

Grafo Planar

Um grafo *G(V, E)* é dito planar, quando existe alguma forma de se dispor seus vértices em plano de tal modo que nenhum par de arestas se cruze.

Coloração de Grafos

Considere um grafo *G*. Uma *coloração de vértices* ou, simplesmente, uma *coloração* de *G* é uma atribuição de cores aos vértices de *G* de tal forma que vértices adjacentes têm cores distintas. Dizemos que *G* é *n*-colorável se existe uma coloração de *G* que uns *n* cores. O número mínimo de cores necessárias para pintar *G* é dito o *número cromático* de *G* e é denotado por *X(G).*

Assim sendo, uma coloração de G é uma função $f: V \rightarrow C$ tal que para cada par de vértices *u, v* □ *V* tem se (*u, v*) □ *E* □ $f(u) \neq f(v)$.

Uma *k*-coloração de *G* é uma coloração que utiliza um total de *k* cores.

Número Cromático

Denomina-se número cromático $X(G)$ de um grafo *G* ao menor número de cores *k*, para o qual existe uma *k*-coloração de *G*.

Isomorfismo

Sejam dois grafos $G_1(V_1, E_1)$ e $G_2(V_2, E_2)$. Um isomorfismo de G_1 sobre G_2 e um mapeamento bijetivo $f{:}V_1 \rightarrow V_2$ tal que $\{x, y\} \in A_1$ se e somente se $\{f(x), f(y)\} \in A_2$, para todo $x, y \in V_1$.

Valoração

Diz-se que um grafo é valorado sobre os vértices (ligações) quando existem uma ou mais funções relacionando *X* (*U*) a conjunto de números. Na maioria das aplicações de grafos existem dados quantitativos associados a pontos ou a ligações envolvidas pelo problema; os modelos correspondentes envolverão, nesses casos, grafos valorados.

Partição de grafos

Em muitas situações há interesse no particionamento do conjunto de vértices de um grafo em subconjuntos que apresentem propriedades importantes para o estudo que se realiza, e muitas vezes precisaremos da partição de *X* em subconjuntos de vértices mutuamente não adjacentes.

Um grafo $G = (V, E)$ é dito *k*-partido se existir uma partição $P = \{Y_i \,/\, i = 1,\ldots, k, Y_i \cap Y_j = \emptyset, i \neq j\}$ do seu conjunto de vértices, tal que não existam ligações entre elementos de um mesmo Y_i (todas as ligações de *G* são da forma (*p*, *q*) tais que $p \in Y_i$ e $q \in Y_j, j \neq i$).

Segundo P. Feofiloff , Y. Kohayakawa, Y.Wakabayashi a "teoria dos grafos estuda objetos combinatórios—os grafos—que são um bom modelo para muitos problemas em vários ramos da Matemática, da Informática, da Engenharia e da

Indústria. Muitos dos problemas sobre grafos tornaram-se célebres porque são um interessante desafio intelectual e porque têm importantes aplicações práticas.

Segundo Jurkiewicz os grafos são fonte imensa e inesgotável de problemas teóricos ou aplicados que apresentam, em sua grande maioria, enunciados de simples entendimento, mas que, muitas vezes, escondem uma sofisticada estrutura Matemática onde precisam ser modelados visto que, vez por outra, suas soluções (nem sempre exatas) exigem difíceis métodos de procura e obtenção.

Ao longo da história muitos problemas de Matemática Discreta surgiram e alguns foram resolvidos através da Modelagem Matemática, e a construção de uma solução por meio de algoritmos da teoria dos grafos.