TRABALHO ELABORADO PELA PROFESSORA

MÁRCIA OLIVEIRA DA SILVA GONÇALVES

RESGATE DE CONTEÚDOS DO 6º AO 9º ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL E CONTEÚDOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

ÍNDICE

Conjuntos

Observações Importantes:

1) Cardinal de um conjunto A: n(A)

É o número de elementos que o conjunto possui.

Se A = {a, b, c}, então n(A) = 3

Se B = {números menores que 10}, então n(B) = 10

2) $\in$ e $\notin$ só relacionam elementos com conjuntos

3 $\in$ {1, 3, 7} está correto

{3} $\in$ {1, 3, 7} não está correto

{3} $\in$ A = {1, 3, {3}, 7} está correto pois nesse caso o conjunto {3} é um elemento do conjunto A

3) Os símbolos $\subset$, $\not\subset$, $\supset$ e $\supset$ só relacionam conjunto com conjunto.

{1} $\subset$ {{1}, 2, 3} está incorreto pois neste caso {1} é um elemento

{{1}} $\subset$ {{1},1,2,4} está correto

{{1}, 1, 2} $\subset$ {{1},1,2,3} é correto

4) Se um conjunto é composto por "n" elementos ele possui 2^n subconjuntos.

Exemplo: Num conjunto de 3 elementos, o numero de subconjuntos é $2^3 = 8$.

A = {a, b, c}

P(A) = {$\varnothing$, {a}, {b}, {c}, {a,b}, {a,c}, {b, c}, {a, b, c} }

5) Se A = B então $A \subset B$ e $B \subset A$.

6) $A \subset A$, $\varnothing \subset A$ para todo A

7) $A - B$ é quase sempre diferente de $B - A$.

Exercícios

1) Considerando os números 0, 7, 35, 48, 90, 200, 403, 901, 1002 e 10003, escreva:

a) o conjunto A desses números que são pares.

b) o conjunto B desses números que são ímpares.

c) o conjunto C desses números que estão entre 10 e 100.

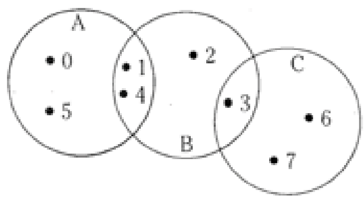
d) o conjunto D desses números que são maiores que 1000.

2) Observe o diagrama seguinte e, pela nomeação dos seus elementos, determine:

a) o conjunto A.

b) o conjunto B.

c) o conjunto C.

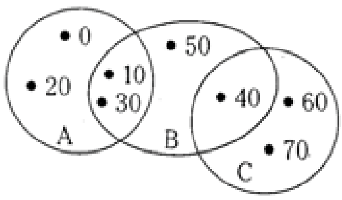


3) Use um diagrama para representar o conjunto dos algarismos que formam o número de telefone 2570 92 22.

4) Escreva, pela nomeação dos seus elementos, o conjunto A formado pelos algarismos da placa de automóvel BMF-3004. Esse conjunto tem quantos elementos?

5) Que nome damos aos conjuntos que possui um só elemento?

6) Observando o diagrama, escreva pela nomeação de seus elementos:



a) o conjunto A.

b) o conjunto B.

c) o conjunto C.

d) o conjunto D, formado pelos elementos que pertencem a A e a B, ao mesmo tempo.

e) o conjunto E, formado pelos elementos que pertencem a B e a C, ao mesmo tempo.

7) Entre os conjuntos que você escreveu no exercício 6, há algum que seja conjunto unitário?

8) Associe V ou F a cada uma das sentenças:

a) $3 \in \{0,1,2,3,4\}$ (   )

b) $0 \in \varnothing$ (   )

c) $5 \in \{0,1,2,3,4\}$ (   )

d) $\{\{2\}\} = \{2\}$ (   )

e) $2 \notin \{0,1,\{2\},3,4\}$ (   )

f) $0 \notin \{0,1,2,3,4\}$ (   )

9) Dados $A = \{1,2,3,4\}$ e $B = \{2,4\}$,

a) escreva com símbolos da teoria dos conjuntos as seguintes sentenças:

1º) 3 é elemento de A

2º) 1 não está em B

3º) B é parte de A

4º) B é igual a A

5º) 4 pertence a B

b) classifique as sentenças anteriores em falsa ou verdadeira.

10) Indique se $A \subset B$ ou $A \not\subset B$ nos seguintes casos:

a) $A = \{1,2\}$ e $B = \{0,1,2,3,4\}$

b) $A = \{15,20\}$ e $B = \{0,10,20,30\}$

c) $A = \{6,10,14\}$ e B = conjunto dos números menores que 20d) $A = \{21,27,33,39\}$ e B = conjunto dos números ímpares compreendidos entre 20 e 40

11) Dados $A=\{1,2,3\}$, $B=\{0,1,2,3,4\}$, $C=\{0,2,4,6\}$ e $D=\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$, associe V ou F a cada uma das afirmações:

a) $A\subset B$

b) $B\subset D$

c) $B\subset C$

d) $A\subset D$

e) $A\subset C$

f) $C\subset D$

12) Entre as sentenças $\{10\}\in\{0,10,20,30\}$ e $\{10\}\subset\{0,10,20,30\}$, qual é a verdadeira?

13) Sendo $A=\{1,2\}$, $B=\{2,3\}$, $C=\{1,3,4\}$ e $D=\{1,2,3,4\}$, classifique em V ou F cada sentença abaixo e justifique.

a) A $\subset$ D

b) A $\subset$ B

c) B $\subset$ C

d) D $\supset$ B

e) C = D

f) A $\not\subset$ C

14) Quais das afirmações abaixo são verdadeiras?

a) $\{a,a,a,b,b\}=\{a,b\}$

b) $\{1,2\}\subset\{1,3,4,5,6,7\}$

c) $\{1\}\in\{1,3,4,5,6,7\}$

d) $\{1\}\in\{\{1\},3,4,5,6,7\}$

15) Diga se é verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das sentenças abaixo:

a) $0\in\{0,1,2,3,4\}$

b) $a\in\{a,\{a\}\}$

c) $\{a\}\in\{a,b\}$

d) $\{a\}\subset\{a,\{a\}\}$

e) $\varnothing\in\{0\}$

f) $\varnothing\subset\{\varnothing,\{a\}\}$

g) $0\in\varnothing$

h) $\varnothing\in\{\varnothing,\{a\}\}$

i) $\{a\}\subset\varnothing$

j) $\{a,b\}\in\{a,b,c,d\}$

16) Faça um diagrama de Venn que simbolize a situação seguinte: A, B, C e D são conjuntos não vazios, $D\subset C\subset B\subset A$.

17) Construa o conjunto das partes do conjunto $A=\{a,b,c,d\}$. Qual a cardinalidade desse conjunto? Qual é a sua relação com a quantidade de elementos de A?

18) Escreva um subconjunto de $A = \{3,8,13,18,23\}$ que possua três elementos.

19) Dados os conjuntos $A = \{a,b,c\}$, $B = \{c,d\}$ e $C = \{c,e\}$, determine $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup C$ e $A \cup B \cup C$.

20) Dados os conjuntos $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{b,c,d,e\}$ e $C = \{c,e,f\}$, descreva $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$ e $A \cap B \cap C$.

21) Determine $A \cup B$ em cada caso:

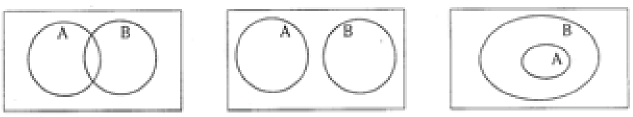
a) $A = \{5,8,11\}$ e $B = \{10,11,12\}$

b) $A = \{3,7,11\}$ e $B = \{4,8,12\}$

c) $A = \{0,5,10\}$ e $B = \{0,5,10,20,40\}$

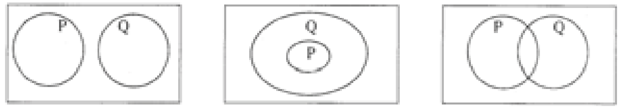
d) $A = \{1,3,5,7,9,11,\ldots\}$ e $B = \{1,3,5,7\}$

22) Dados os conjuntos $A = \{1,3,5,7\}$ e $B = \{0,2,4,6,8\}$, qual é o diagrama que devo utilizar para fazer a representação desses conjuntos?



( ) ( ) ( )

23) São dados os conjuntos $A = \{5,10,15\}$ e $B = \{0,10,20\}$. Qual é o diagrama adequado para fazer a representação desses conjuntos?



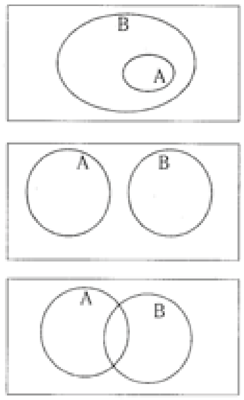
( ) ( ) ( )

24) Associe os conjuntos dados com o diagrama adequado para a sua representação:

A = {0, 3, 6, 9, 12, 15}
B = {2, 6, 8, 12, 14}

A = {10, 20, 30}
B = {0, 10, 15, 20, 25, 30}

A = {7, 14, 21, 28}
B = {5, 10, 15, 20, 25, 30}



25) Classifique em V ou F, admitindo que A, B e C são conjuntos quaisquer.

a) $\varnothing \subset (A \cup B)$

b) $(A \cup B) \subset (A \cup B)$

c) $(A \cup B) \subset A$

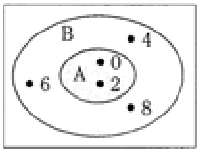
d) $B \subset (A \cup B)$

e) $A \supset (A \cup B)$

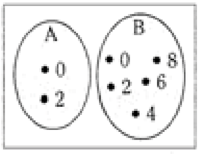
f) $(A \cup B) \subset (A \cup B \cup C)$

26) Dados $A = \{x, y, 5, 6\}$ e $B = \{4,5,6,7\}$ e sabendo que $A \cup B = \{3,4,5,6,7\}$, determine os valores de x e y.

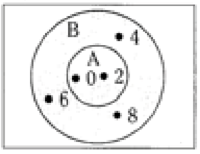
27) São dados os conjuntos $A = \{0,2\}$ e $B = \{0,2,4,6,8\}$. Assinale o diagrama que representa $A \cup B$.



( )



( )



( )

28) Dados $A = \{0,8\}$, $B = \{4,8,12\}$ e $C = \{8,12,16\}$, determine o conjunto $A \cup B \cup C$.

29) Sabe-se que um conjunto A tem 4 elementos e um conjunto B tem 5 elementos. Nessas condições, responda:

a) Quantos elementos, no mínimo, pode ter o conjunto $A \cup B$?

b) Quantos elementos, no máximo, pode ter o conjunto $A \cup B$?

30) Determine $A \cap B$ quando:

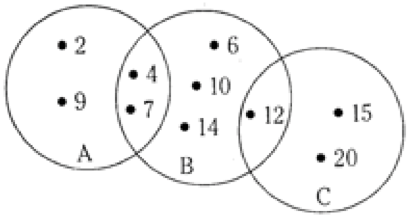
a) $A = \{0,10,20,40\}$ e $A = \{0,5,10,15,20\}$

b) $A = \{1,2,4,8\}$ e $A = \{1,3,5,7,9,11\}$

c) $A = \{0,7,14\}$ e $A = \{0,3,7,10,13,14\}$

d) $A = \{9,16,25\}$ e $A = \{3,4,5,6\}$

31) Observando o diagrama seguinte, determine:



a) $A \cap B$

b) $A \cap C$

c) $B \cap C$

32) Dados $A = \{1,4,x\}$ e $B = \{5,x,13\}$ e sabendo que $A \cap B = \{9\}$, qual é o número x?

33) Sabe-se que $A \cap B = \varnothing$. Quantos elementos comuns há nos conjuntos A e B?

34) Dados os conjuntos $A = \{1,2,3\}$, $B = \{3,4\}$ e $C = \{1,2,4\}$, determine o conjunto X tal que $X \cup B = A \cup C$ e $X \cap B = \varnothing$.

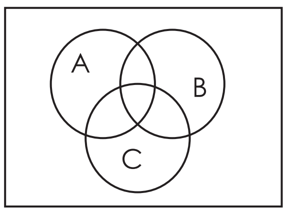
35) Assinale no diagrama abaixo, um de cada vez, os seguintes conjuntos:

a) $A \cap B \cap C$

b) $A \cap (B \cup C)$

c) $A \cup (B \cap C)$

d) $A \cup B \cup C$



36) Dados os conjuntos A e B, determine os conjuntos $\overline{A}$ e $\overline{B}$, quando:

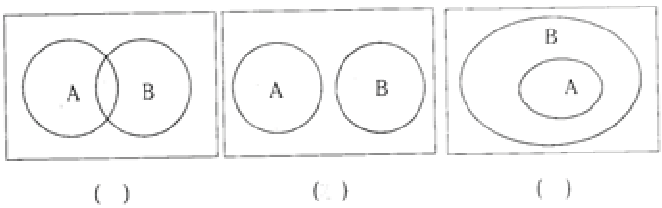
a) $A = \{2,4,8,16,32\}$ e $B = \{4,8,12,16,20,24\}$

b) $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ e $B = \{1,3,5,7,9\}$

c) $A = \{5,10,15\}$ e $B = \{0,5,10,15,20\}$

d) $A = \{1,10,100,1000\}$ e $B = \{10,100,1000\}$

37) Dados os conjuntos $A = \{10,20,40\}$ e $B = \{5,15,25,35\}$, assinale o diagrama que representa o conjunto $A \cap B$:



38) São dados os conjuntos $A = \{2,4,6,8\}$ e $B = \{4,8,16,32\}$. Represente esses dois conjuntos numa só figura e pinte a região que representa $A \cap B$.

39) Dados os conjuntos $A = \{5,10,15\}$, $B = \{0,5,10\}$ e $C = \{5,10,15,20\}$, determine:

a) $(A \cap B) \cup C$

b) $(A \cup B) \cap C$

40) Um conjunto A tem 3 elementos e um conjunto B tem 7 elementos. Nessas condições, quantos elementos, no máximo, pode ter o conjunto $A \cap B$?

41) Dados os conjuntos $A = \{1,3,5,7\}$, $B = \varnothing$ e $C = \{0,5\}$, determine:

a) $(A \cap B) \cup C$

b) $(A \cup B) \cap C$

42) Sejam os conjuntos $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{c,d,e,f,g\}$ e $C = \{b,d,e,g\}$. Determine:

a) A - B

d) $(A \cup B) - B$

b) B - A

e) $A - (B \cap C)$

c) C - B

f) $(A \cup B) - (A \cap C)$

43) Dados os conjuntos $A = \{2,3,4,5,6,7\}$, $B = \{2,4,6,8,10\}$ e $A = \{3,7,11\}$, determine os conjuntos:

a) $(A - B) \cap C$

b) $(A \cap B) - C$

c) $(A - B) \cup C$

d) $(A \cup B) - C$

44) Numa turma de 35 alunos, 27 gostam de futebol, 16 de basquete e 13 gostam dos dois esportes. Quantos não gostam nem de futebol e nem de basquete?

45) De um total de 800 pessoas examinadas por um grupo de médicos pesquisadores, 500 tinham sintomas de uma doença A, 200 tinham sintomas de outra doença B e 130 tinham sintomas das duas doenças. Quantos não tinham sintomas nem da doença A nem da doença B?

46) Em uma escola que tem 415 alunos, 221 estudam Inglês, 163 estudam Francês e 52 estudam ambas as línguas. Quantos alunos estudam Inglês ou Francês? Quantos alunos não estudam nenhuma das duas?

47) Um médico me disse: “de 100 crianças que eu examino 65 têm gripe e 45 têm gripe e outra doença”. Quantas dessas 100 crianças examinadas pelo médico têm outras doenças?

48) Dos meus 26 colegas de turma, 18 fizeram exames para a Escola Técnica e 12 para o Colégio Militar. Só um deles não fez nenhum exame. Quantos fizeram exames só para o Colégio Militar?

49) Feito exame de sangue em um grupo de 200 pessoas, constatou-se o seguinte: 80 delas têm sangue com fator Rh negativo, 65 têm sangue tipo O e 25 têm sangue O com fator Rh negativo. Qual o número de pessoas com sangue do tipo diferente de O e com Rh positivo?

50) Dos 40 alunos de uma turma, 8 forma reprovados em Matemática, 6 em Português e 5 em Ciências. 5 foram reprovados em Matemática e Português, 3 em Matemática e Ciências e 2 em Português e Ciências. Sabendo que dois alunos foram reprovados nas três matérias, diga quantos foram reprovados só em Matemática.

51) Uma pesquisa entre telespectadores mostrou que, em cada 100 pessoas, 60 assistem a novela A, 50 assistem a novela B, 50 assistem a novela C, 30 assistem as novelas A e B, 20 as novelas B e C, 30 as novelas A e C e 10 as três novelas.

a) Quantos não assistem a essas novelas?

b) Quantos assistem pelo menos uma dessas novelas?

c) Quantos assistem a somente uma das novelas?

Operações com Números Inteiros

Adição e Subtração

Sinais iguais :
Soma-se e conserva-se o mesmo sinal.

Sinais diferentes : Diminui-se e dá-se o sinal do maior valor absoluto.

Exemplos:
a) (+3) + (+7) = + 3 + 7 = +10 (tiramos os parênteses e conservamos os sinais dos números)

b) (-9) + (-8) = - 9 - 8 = -17 (tiramos os parênteses e conservamos os sinais dos números)

c) (+12) + (-10) = + 12 - 10 = +2 (tiramos os parênteses e conservamos os sinais dos números)

d) (+15) - (+25) = + 15 - 25 = - 10 (tiramos os parênteses e trocamos o sinal do número que estava depois da subtração)

e) (-18) - (-12) = - 18 + 12 = -6 (tiramos os parênteses e trocamos o sisal do números que estava depois da subtração)

Lembrete: Para facilitar seu entendimento, efetue estas operações pensando em débito número negativo) e crédito (número positivo) :

+ 3 + 7, tenho 3 reais e ganhei 7 fico com 10.

-15 + 10, devo 15 reais e só paguei dez, fico devendo 5.

-5 - 8, tenho uma dívida de 5 reais e faço mais uma dívida de 8 reais, devo 13 reais,ou seja -13.

Multiplicação e Divisão

Aplica-se a regra dos sinais :
(+) . (+) = +
(-) . (+) = -
(+) . (-) = -
(-) . (-) = +

Exemplos :

a) (+5) . (+8) = + 40
b) (- 8) . (- 7) = + 56
c) (- 4) . (+ 7) = - 2 8
d) (+ 6) . (- 7) = - 4 2
e) (- 8) : (- 2) = + 4
f) (+ 18) : (-6) = - 3
g) (+ 48) : (+ 2) = + 24

Expressões Numéricas

Observação: Pela ordem, resolver:
1° ( )
2° [ ]
3° { }

Exercício resolvido I :
-3.{14:(-7) -3.[4 -(10 - 12 + 9 - 7 - 4):2]}=
-3.{-2 - 3.[4 - (-4) : 2]}=
-3.{-2 - 3.[4 +2]}=
-3.{-2 - 3.6 }=
-3.{-20}=
60

Exercício resolvido II :

{- 5 + [- 8 + 3 . (-4+9) - 3]} =

{- 5 + [- 8 + 3 . (+5) - 3]} =

{- 5 + [- 8 +15 - 3]} =

{- 5 + [+4]} =

{-5+4}=

-1

Potenciação

$a^n = x$, onde:

a = Base; n = Expoente; x = Potência

Casos Especiais:

$X^1 = X$

$1^n = 1$

$0^n = 0$

$X^0 = 1$

Regras:

1. Expoente par:
Resultado positivo

2. Expoente ímpar:
Repete-se o sinal da base.

Propriedades:

1. $a^m . a^n = a^{m+n}$
2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 3.
4. $(a^m)^n = a^{m.n}$
5. $(a^m . b^n)^x = a^{mx} . b^{nx}$
6. $\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^x = \frac{a^{mx}}{b^{nx}}$
7. $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

Potências de Base 10

a) $10^n = \underbrace{1000\ldots0}_{\text{n zeros}}$

b) $10^{-n} = \frac{1}{\underbrace{1000\ldots0}_{\text{n zeros}}} = 0,\underbrace{000\ldots01}_{\text{n casas}}$

Radiciação de Números Inteiros

a) $\sqrt{25} = 5$ (lembre-se que 5 . 5 = 25)

b) $\sqrt{49} = 7$ (lembre-se que 7 . 7 = 49)

c) $\sqrt{-36}$ (lembre-se que não existe raiz quadrada de número inteiro negativo)

d) $-\sqrt{81} = -9$ (observe que neste caso o menos está fora da raiz, sendo assim existe raiz)

e) $\sqrt[3]{-8} = -2$ (lembre-se que (-2) . (-2) . (-2) = -8, neste caso é raiz cúbica e não raiz quadrada)

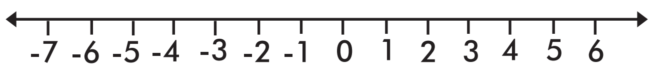
f) $\sqrt[3]{8} = 2$ (lembre-se 2 . 2 . 2 = 8)

Pense um pouco!

. Quantos números inteiros tem no intervalos real $0 < x < 3$?

. Quantos números racionais tem no intervalos anterior?

Números opostos ou simétricos



Observe a distância do -3 até o zero é a mesma do que +3 até zero. Estes números são chamados opostos ou simétricos.
Logo: -2 é oposto ou simétrico do +2; +20 é oposto ou simétrico de -20; -100 é oposto ou simétrico de +100.

EXERCÍCIOS

1) Represente as seguintes situações com números inteiros relativos:
a) 8° C acima de zero
b) 12° C abaixo de zero
c) 5° C abaixo de zero
d) 18° C acima de zero

2) Represente com números inteiros as seguintes situações econômicas:
a) lucro de R$ 200,00
b) prejuízo de R$ 600,00
c) crédito de R$ 130,00
d) deposito de R$ 148,00
e) débito de R$ 23,00
f) retirada de R$ 147,00
g) ganho de R$ 5.000,00
h) perda de R$ 7.900,00
i) nem ganho nem perda
j) crédito de R$920,00

3) Silvia emitiu um cheque de R$ 5,000,00. Qual o saldo de Silvia no banco, sabendo que, antes de passar o cheque, possuía R$ 3.600,00?

4) Represente na reta numérica dos números inteiros os números : -5, +3, -1, -9, -2, -6, + 6, - 8 , + 5.

5) Responda :
a) Qual a o sucessor de +9?
b) Qual é o sucessor de -5?
c) Qual a o sucessor de 0?
d) Qual é o antecessor de +9?
e) Qual é o antecessor de -5?
f) Qual é o antecessor de 0?

6) O que é melhor?
a) Ter 2 ou dever 4?
b) Dever 5 ou dever 10?
c) Ter 6 ou no ter nada?
d) Dever 3 ou não ter nada?

7) Qual é o maior número?
a) +1 ou -20?
b) -30 ou -10?
c) -16 ou 0?
d) +15 ou -20?
e) -80 ou + 80?
f) -50 ou -25?

8) Escreva os números em ordem crescente:
a) -80, -2, -6, +2, -3, -7, -9, -4, +6
b) -22, +63, 0, -195, -84, -329, -750, + 168, +204

9) Escreva os números em ordem decrescente:
a) +4, -2, -7, +6, 0, +12, +8, -3, -5, +7, + 1
b) -22, +63, 0, -195, -84, -329, -750, +168, +204

10) Escreva o oposto ou simétrico de:
a) + 15
b) 230
c) -42

d) - 1600
e) - 14
f) +22

11) Descreva e represente o oposto em cada situação:
a) 17 pontos ganhos.
b) 12° C abaixo de zero.
c) credito de R$ 200,00
d) prejuízo de R$ 75,00

12) Indique com símbolos matemáticos:
a) o valor absoluto ou módulo de cinco positivo.
b) o valor absoluto ou módulo de doze negativo.
c) o valor absoluto ou módulo de vinte e sete negativo.

13) Complete a sentença por palavras convenientes:
a) Os números -4 e +4 possuem mesmo ___________________, que é 4.

b) Os números +36 e -36 possuem o mesmo __________________, que é 36.

14) Escreva o símbolos que indica cada conjunto:

a) conjunto dos números inteiros não-nulos.
b) conjunto dos números inteiros negativos.
c) conjunto dos números inteiros positivos.
d) conjunto dos números inteiros.

15) Calcule as somas dos seguintes números inteiros:
a) (+4) + (+3)
b) (+ 129) + (+66)
c) (+11)+ (+8)
d) (+ 100) + (+ 400)
e) (+64) + (+ 17)
f) (-5) + (-1)
g) (- 18) +(-7)
h) (-73) + (-26)
i) (- 142) + (-69)

16) Efetue as adições:
a) (+ 12) + (-5)+ (-4) +(-6) + (+3)
b) (+4) + (-3) + (-7) + (+4) + (- 1)
c) (-3) + (-2) + (+1) + (-6) + (-8) + (-4)
d) (+ 10) + (-15) + (-20) + (+25) + (+30) + (-35)

17) Resolva problemas :
a) Eu tenho R$ 1.000,00 em um banco e retirei R$ 875,00. Meu saldo fica positivo ou negativo? Em quanto?
b) Helena tem R$ 4.280,00 num banco e retira R$ 5.100,00. Seu saldo fica positivo ou negativo quanto?
c) Um carro sai de São Paulo e percorre 45 km em direção a Campinas. Depois percorre 18 km em sentido contrário. A que distância está de São Paulo?
d) Carolina tem num banco a quantia de R$ 130.000,00. No período da manhã, emite um cheque de R$ 73.200,00 e depois um outro de R$ 48.900,00. À tarde faz um depósito de R$ 18.600,00. Determine o saldo no final desse dia.

18) Efetue as subtrações:
a) 7 - (-3) - 1
b) 25- (-6) - (-8)

c) 15 - 2 - 6 - (+3) - (-1)
d) 20 - (-5) - 12 -1 - (-3)
e) 18 - (-18) + 7 - (-7) + 0 - 4
f) -21 - 6 - 7 - (-15) -2 - (-10)
g) -45+ 7 + (-8) + (-3) - 2 - 4 + 1
h) 10 - (-12) - (-8) + (-9) - 6 + 1 + 5

19) Calcule o valor das seguintes expressões:
a) 10 - {-2 + [1+ (+4) - 8]}
b) 18 -[-4 + 6 - (-3 + 1)]
c) -3 + [1 - (+4 - 1) + 1]
d) 17 - [-5 - (2-5) +3] + 1
e) -3 + [2 - (+4 + 5) - (+1)] - 2
f) - [17 + 16 -(3- 9 - 4 + 11 + 12)]
g) 10 - { -2 + [1 + (+4) - 8]}
h) 3 - { - 5 - [6 - 2 + (- 6 + 9)] }
i) 12 - { 5 - 3 + [8 -(-3-1) - (-5)]}
j) 7 - { 4 - 6 - [- 8 + (1+3) - (-2-3)]}
k) - {-2 - [- (1+2) - (-5) + (8-7)]} - (13+5)
l) - 7 - {- 7 - [- 7 - (- 7 - 7)]}
m) - 6 - { 2 + [- 3 - (- 2 + 8)]} + 0 + 2}
n) {[(-60-10) + 21 + 19] +20} - 10
o) 20 - { -2 + [1 + (+9-5)-2] + 15 - 9}

20) Assinale a alternativa correta:
a) Durante uma experiência, a temperatura foi medida três vezes. A segunda leitura foi 10 graus menor que a primeira, e a terceira foi 15 graus menor do que a segunda . Se a primeira leitura foi 5 graus, qual foi a última?
a) 0 graus
b) 10 graus
c) - 10 graus
d) -20 graus

21) O valor da expressão $x - y - z$, para $x = -20$, $y = -30$ e $z = -40$ é:
a) 50
b) 90
c) - 50
d) - 90

22) Efetue as operações indicadas:
a) 37 + 43 - =
b) 55 - 18=
c) 18 - 55 =
d) 12 + (- 7) =
e) 12 - (- 7) =
f) - 9 - 6 =
g) - 9 + (- 6) =
h) - 9 - (- 6) =
i) 13 . (- 7) =
j) (- 8) . 9 =
l) (7 - 3) : 4 =
m) (3 - 8) . (- 4) =

23) Efetue as operações indicadas. Lembre que, se várias operações aparecem em uma mesma expressões, as multiplicações e divisões feitas primeiro e depois as somas e subtrações.
a) 4 + 2 x (- 3) =
b) 20 - 3 + 12 - 30 : 6 =
c) 13 - 112 - 11 x (-10)=

24) Escreve as temperaturas seguintes por ordem, da mais baixa para a mais alta : 10° C ; - 20° C ; - 5° C ; 0° C ; + 30° C.

25) Ao meio-dia,a temperatura era de 5° C, mas às 18 horas baixou para 2° C e às 21 horas desceu para -3° C . Qual foi a decida de temperatura entre:

a) o meio-dia e às 18 horas?
b) às 18 horas e às 21 horas?

26) Escreva na ordem decrescente as temperaturas: -22° C ;- 10° C ; 11° C ; 0° C.

27) Calcule os produtos:
a) (+4) . (+3)
d) (-12) . (-6)
b) (+ 11) . (+8)
e) (-100) . (- 400)
c) (+64) . (- 7)
f) (-5) . (- 1)

28) Calcule as divisões dos seguintes números inteiros:
a) (+24) : (+3)
d) (+ 129) : (-3)
b) (+ 16) : (+8)
e) (+400) : (- 4)
c) (+64) : (+8)
f) (-5) : (- 1)
g) (- 18) . (-2)
h) (-5) : (- 1)
i) (- 14) : (-7)
j) (- 18) : (+ 2)
h) (- 7 2) : (- 9)
i) (- 142) : (- 2)

29) O valor de $[13-(8\div 2-3-7+2.3)]\div[25\div(-3-22)]$ é:
a) -13
b) 14
c) 13
d) 0
e) n.d.a.

30) Efetue, observando as definições e propriedades:
a) $(-2)^3$
b) $(-3)^4$
c) 1^{20}
d) $(0,5)^3$
e) 500^1
f) 15^1
g) 100^0
h) 90^0
i) 0^3
j) 0^{20}
l) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$
m) 5^{-2}
n) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$
o) 2^{-8}
p) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3}$

31) O valor de $((2^3)^3)^3$ é:
a) 2^{12}
b) 1024
c) 2^{81}
d) 1
e) n.d.a.

32) Resolvendo $\frac{10^8.10^3.10^5.10^4}{10^3.10.10^8}$ encontramos:

a) 5.10^{12}
b) 100
c) 10^3
d) 10^7
e) n.d.a.

32) O valor de $\left(\frac{16}{2^2}\right) - 2^{3^2}$ é:

a) 0

b) $\frac{9}{4}$

c) 1

d) 2

e) n.d.a.

34) O valor da expressão $(-2)+(-3).(-2)^{-1} \div (-3)^1$ é:

a) $-\frac{5}{6}$

b) $\frac{5}{6}$

c) 1

d) $-\frac{5}{3}$

e) $-\frac{5}{2}$

35) O valor da expressão $\sqrt{16}-\sqrt{4}$ é:

a) 2

b) 4

c) 6

d) 12

e) 14

36) O valor da expressão $10+\sqrt{9}-1$ é:

a) 14

b) 18

c) 12

d) 20

e) 15

37) Resolva as expressões numéricas:

a) -14 + {- [4(-2) + (-50+39)]}=

b) 41 + {25- [14 + (- 17+28)] - 10}=

c) [-20. (4-9)] : (-5)=

d) 16+18 : (-9)=

e) 5 + 3^2 . 2 =

f) 7^2 - 4 . 2 + 3 =

g) 40 - [5^2 + (2^3 - 7)] =

h) 50 -{ 15 + (4^2 : (10-2) + 5.2]} =

i) $5^2+\sqrt{9}-[(+20):(-2)+3]=$

38) O valor da expressão $(-4)^o-(-4)$ é:

a) 8

b) -8

c) 5

d) -5

e) 0

39) O valor da expressão $(-2)^0+(-9)^0-(-3)^2$ é:

a) -7

b) 7

c) 20

d) 8

e) 6

40) O valor da expressão $(-7)^2+(+3).(-4)-(-5)$ é:

a) 7

b) 37

c) 42

d) 47

e) 17

41) O valor da expressão numérica $-4^2+(3-5).(-2)^3+3^2-(-2)^0$ é:

a) 7

b) 8

c) 15

d) -7

e) -15

Porcentagem

É freqüente o uso de expressões que refletem acréscimos ou reduções em preços, números ou quantidades, sempre tomando por base 100 unidades.

Alguns exemplos:

a) A gasolina teve um aumento de 15%. Significa que em cada R$100 houve um acréscimo de R$15,00

b) O cliente recebeu um desconto de 10% em todas as mercadorias. Significa que em cada R$100 foi dado um desconto de R$10,00

c) Dos jogadores que jogam no Grêmio, 90% são craques. Significa que em cada 100 jogadores que jogam no Grêmio, 90 são craques.

Razão centesimal

Toda a razão que tem para conseqüente o número 100 denomina-se razão centesimal.

Alguns exemplos:

$$\frac{7}{100}, \frac{16}{100}, \frac{125}{100}, \frac{210}{100}$$

Podemos representar uma razão centesimal de outras formas:

$\frac{7}{100} = 0{,}07 = 7\%$ (lê-se: sete por cento)

$\frac{16}{100} = 0{,}16 = 16\%$ (lê-se: dezesseis por cento)

$\frac{125}{100} = 1{,}25 = 125\%$ (lê-se: cento e vinte e cinco por cento)

As expressões 7%, 16% e 125% são chamadas taxas centesimais ou taxas percentuais.

Considere o seguinte problema:

João vendeu 50% dos seus 50 cavalos. Quantos cavalos ele vendeu?

Para solucionar esse problema devemos aplicar a taxa percentual (50%) sobre o total de cavalos.

$$50\% \text{ de } 50 = \frac{50}{100} \cdot 50 = 25 \text{ cavalos}$$

Logo, ele vendeu 25 cavalos, que representa a porcentagem procurada.

Portanto, chegamos a seguinte definição:

> Porcentagem é o valor obtido ao aplicarmos uma taxa percentual a um determinado valor.

Exemplos:

a) Calcular 10% de 300.

$$10\% \text{ de } 300 = \frac{10}{100} \cdot 300 = 30$$

b) Calcular 25% de 200 kg.

$$25\%\ \text{de}\ 200 = \frac{25}{100} \cdot 200 = 50$$

Logo, 50kg é o valor correspondente à porcentagem procurada.

EXERCÍCIOS

1) Uma compra foi efetuada no valor de R$ 1.500,00. Obteve-se um desconto de 5%. Qual foi o valor pago em reais?

2) Um carro, que custava R$ 12.000,00, sofreu uma valorização (acréscimo) de 0,12% sobre o seu preço. Quanto ele passou a custar?

3) Uma impressora a laser custou R$ 2.000,00 para uma gráfica . No período de um mês, ela apresentou um lucro de R$ 100,00. De quanto porcento foi o lucro sabre o preço de compra?

4) Um determinado produto teve um acréscimo de 10%, sobre o seu preço de tabela. Após certo período, teve um decréscimo também de 5% sobre o preço que foi aumentado, obtendo assim o preço atual. Qual o percentual que o preço atual corresponde em relação ao primeiro valor (preço de tabela)?

5) De um exames para habilitação de motoristas participam 380 candidatos; sabe-se que a taxa percentual de renovação foi de 15%. Calcule o número de aprovados.

6) Uma balsa é vendida por R$32,00. Se seu preço fosse aumentado em 20%, quanto passaria a custar?

7) Certa mercadoria, que custava R$24,00, passou a custar R$30,00. Calcule a taxa percentual do aumento.

8) Qual o preço de uma mercadoria que custa R$50,00 após dois aumentos sucessivos de 25% e 20%, respectivamente?

9) Qual o preço da mercadoria que custa R$100,00 após dois descontos sucessivos, de 30 % e de 20% .

10) Um comerciante aumenta o preço original P de certa mercadoria em 80%. Em seguida anuncia esse mercadoria com desconto de 20%, resultando um preço final de R$ 72,00. Calcule o valor do preço original P.

11) Um investidor comprou um lote de ações por R$ 1.500,00 e as revendeu um mês depois, por R$ 2.100,00. Qual foi o percentual de lucro por ele obtido?

12) Em 01/03/06, um artigo que custava R$ 250,00 teve seu preço diminuído em p% do seu valor. Em 01/04/06, o novo preço foi nova novamente diminuído em p% do seu valor, passando a custar R$ 211,60. O preço desse artigo em 31/03/06 era :

a) 225,80
b) 228,00
c) 228,60
d) 230,00
e) 230,80

13) Em uma corrida de cavalos, pagou aos seus apostadores R$ 9,00 por cada R$ 1,00 apostado. O rendimento de alguém que apostou no cavalo vencedor foi de :

a) 800 %
b) 90 %
c) 80 %
d) 900 %
e) 9 %

14) O salário de Antônio é 90% do de Pedro. A diferença entre os salários é de R$ 500,00. O salário de Antônio é:

a) R$ 5500,00
b) R$ 4500,00
c) R$ 4000,00
d) R$ 5000,00
e) R$ 3500,00

15) Calcule:

a) 15% de 300
b) 80% de 1200
c) 9% de 50000
d) 31% de 2500
e) 43 % de 7200
f) 91% de 9400
g) 8% de 32500
h) 67% de 20000

16) Na minha cidade, foi feita uma pesquisa sobre o meio de transporte utilizado pelos alunos para chegarem à escola. Responderam à esse pergunta 2000 alunos. Os resultados, em forma de percentagem, foram colocados na tabela abaixo:

Meio de transporte	Porcentagem
Ônibus	38%
Automóvel	17%
Bicicleta	20%
A pé	25%

Quantos dos entrevistados responderam:

a) de ônibus?
b) de automóvel?
c) de bicicleta?
d) a pé?

17) Uma liga de latão é formada com 65% de cobre e o restante de zinco. Que quantidade de cobre tem em uma peça de latão de 20 kg ?

18) Uma conta no valor de R$75,00 foi pago com atraso e sofreu multa de 20%. Qual o valor da multa?

19) O salário de uma pessoa era de

R$1400,00, até ser promovida e receber um aumento de 20 %. Qual o seu novo salário?

20) O candidato vencedor de uma eleição teve 52% dos lotos válidos. Se houve 3500 votos válidos, quartos foram os votos do candidato vencedor?

21) Segundo especialistas, em média, 25% do consumo de energia elétrica de uma residência deve-se ao chuveiro elétrico. A última conta de energia elétrica da casa de Bia deu R$120,25. Bia resolveu instalar equipamentos de captação de energia solar para alimentar o chuveiro. Com isso, não teria ônus com o consumo de energia, apesar do custo inicial da instalação. Qual a economia financeira que Bia vai ter na sua conta de energia elétrica?

Operações com Polinômios

CASOS DE FATORAÇÃO:

Fatorar uma expressão algébrica significa escrevê-la na forma de um produto de expressões mais simples.

FATOR COMUM
$ax + bx + cx = x . (a + b + c)$

O fator comum é x.

$12x^3 - 6x^2 + 3x = 3x . (4x^2 - 2x + 1)$

O fator comum é 3x.

AGRUPAMENTO

$ax + ay + bx + by$

Agrupar os termos de modo que em cada grupo haja um fator comum.

$(ax + ay) + (bx + by)$

Colocar em evidência o fator comum de cada grupo:

$a(x + y) + b(x + y)$

Colocar o fator comum $(x + y)$ em evidência:

$(x + y).(a + b)$

Este produto é a forma fatorada da expressão dada.

DIFERENÇA DE DOIS QUADRADOS

A expressão $a^2 - b^2$ representa a diferença de dois quadrados e sua forma fatorada é :

$(a + b) (a - b)$

Ex: $x^2 - 36 = (x + 6) (x - 6)$

TRINÔMIO QUADRADO PERFEITO

$a^2 + 2ab + b^2$

Um trinômio é quadrado perfeito quando:

- dois de seus termos são quadrados perfeitos (a^2 e b^2)

- o outro termo é igual ao dobro do produto das raízes dos quadrados perfeitos (2ab)

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

Ex: $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

Ex: $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$

TRINÔMIO DO 2º GRAU

Trinômio do tipo $x^2 + Sx + P$

Devemos procurar dois números a e b que tenham soma S e produto P.

$x^2 + Sx + P = (x + a) (x + b)$

Ex: $x^2 + 5x + 6 = (x + 2) (x + 3)$

$x^2 + 2x - 8 = (x + 4) (x - 2)$

$x^2 - 5x + 6 = (x - 2) (x - 3)$

$x^2 - 2x - 8 = (x - 4) (x + 2)$

SOMA DE DOIS CUBOS

A expressão $a^3 + b^3$ representa a soma de dois cubos.

Sua forma fatorada é :

$(a + b) (a^2 - ab + b^2)$

Ex: $x^3 + 8 = (x + 2) (x^2 - 2x + 4)$

DIFERENÇA DE DOIS CUBOS

A expressão $a^3 - b^3$ representa a diferença de dois cubos.

Sua forma fatorada é :

$(a - b) (a^2 + ab + b^2)$

Ex: $x^3 - 27 = (x - 3) (x^2 + 3x + 9)$

M.D.C. ENTRE TERMOS ALGÉBRICOS OU MONÔMIOS

Ex: Calculemos o M.D.C. entre $4a^2b^3$ e $6ab^2$.

Decompondo os coeficientes numéricos em fatores primos, teremos:

$4a^2b^3 = 2^2.a^2.b^3$ e $6ab^2 = 2.3.a.b^3$.

Percebemos que os fatores comuns serão 2 , a e b e a parte literal, quando elevada aos **menores** expoentes nos levam a : $2ab^2$.

Como isso, podemos afirmar que o M.D.C. entre $4a^2b^3$ e $6ab^2$ é: $2ab^2$. E entendemos que $2ab^2$ é o maior termo algébrico que divide exatamente os termos algébricos $4a^2b^3$ e $6ab^2$, sem transformá-los em termos algébricos de coeficientes fracionários.

Ex: Calculemos o M.D.C. entre $12m^2n^3p^4$, $18m^3n^5p^3$ e $36mn^2p^5$.

Decompondo os coeficientes numéricos em fatores primos, teremos:

$12m^2n^3p^4 = 2^2 . 3 . m^2 . n^3 . p^4$;
$18m^3n^5p^3 = 2 . 3^2 . m^3 . n^5 . p^3$ e
$36mn^2p^5 = 2^2 . 3^2 . m . n^2 . p^5$.

Percebemos que os fatores comuns serão 2 , 3, m , n e p e a parte literal, quando elevada aos **menores** expoentes nos levam a :
$2 . 3 . m . n^2 . p^5 = 6mn^2p^5$

Como isso, podemos afirmar que o M.D.C. entre $12m^2n^3p^4$, $18m^3n^5p^3$ e $36mn^2p^5$ é: $6mn^2p^5$.

Entendemos que $6mn^2p^5$ é o maior termo algébrico que divide exatamente os termos algébricos $12m^2n^3p^4$, $18m^3n^5p^3$ e $36mn^2p^5$, sem transformá-los em termos algébricos de coeficientes fracionários.

M.D.C. ENTRE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS OU POLINÔMIOS

Ex: Calculemos o M.D.C. entre $x^2 - y^2$ e $x + y$

Fatorando cada expressão algébrica, teremos:

$x^2 - y^2 = (x + y).(x - y)$ e
$x + y = x + y$.

Percebemos que o fator comum será $x + y$, pois ele se faz presente em ambos os polinômios

Como isso, podemos afirmar que o M.D.C. entre $x^2 - y^2$ e $x + y$ é: $x + y$.

Entendemos que $x + y$ é a expressão algébrica que divide exatamente os polinômios $x^2 - y^2$ e $x + y$, sem transformá-los em polinômios de coeficientes fracionários.

Ex: Calculemos o M.D.C. entre $2x^2 - 4xy + 2y^2$; $4x^3 - 4y^3$ e $8x - 8y$

Fatorando cada expressão algébrica, teremos:

$2x^2 - 4xy + 2y^2 = 2.(x - y)^2 =$
$=2.(x - y).(x - y)$;

$4x^3 - 4y^3 = 4.(x^3 - y^3) =$
$=4.(x - y).(x^2 + xy + y^2)$ e

$8x - 8y = 8.(x - y)$

Percebemos que o fator numérico comum será 2, pois ele se faz presente em ambos os 3 polinômios e percebemos, também, que o binômio $x - y$ é o polinômio comum às três expressões algébricas.

Como isso, podemos afirmar que o M.D.C. entre $2x^2 - 4xy + 2y^2$; $4x^3 - 4y^3$ e $8x - 8y$ é: $2(x - y)$.

Entendemos que $2(x - y)$ é a expressão algébrica que divide exatamente os polinômios $2x^2 - 4xy + 2y^2$; $4x^3 - 4y^3$ e $8x - 8y$, sem transformá-los em polinômios de coeficientes fracionários.

M.M.C. ENTRE TERMOS ALGÉBRICOS OU MONÔMIOS

Ex: Calculemos o M.M.C. entre $6a^4b^3$ e $8a^3b^2$.

Decompondo os coeficientes numéricos em fatores primos, teremos:

$6a^4b^3 = 2 . 3. a^4 . b^3$ e
$8a^3b^2 = 2^3 . a^3 . b^2$.

Percebemos que todos os fatores Presentes serão 2, 3, a e b e cada um deles quando elevados aos **maiores** expoentes nos levam ao termo:
$2^3 . 3 . a^4 . b^3 = 24a^4b^3$

Como isso, podemos afirmar que o M.M.C. entre $6a^4b^3$ e $8a^3b^2$ será: $24a^4b^3$.

Entendemos que $24a^4b^3$ é o menor termo algébrico que será dividido exatamente pelos termos algébricos $6a^4b^3$ e $8a^3b^2$.

Ex: Calculemos o M.M.C. entre $12m^2n^3p^4$, $18m^3n5p^3$ e $36mn^2p^5$.

Decompondo os coeficientes numéricos em fatores primos, teremos:

$12m^2n^3p^4 = 2^2 . 3 . m^2 . n^3 . p^4$;
$18m^3n^5p^3 = 2 . 3^2 . m^3 . n^5 . p^3$ e
$36mn^2p^5 = 2^2 . 3^2 . m . n^2 . p^5$.

Percebemos que todos os fatores presentes serão 2 , 3, m, n e p e cada um deles quando elevados aos **maiores** expoentes nos levam ao termo :

$2^2 . 3^2 . m^3 . n^5 . p^5 = 36m^3n^5p^5$

Como isso, podemos afirmar que o M.M.C. entre $12m^2n^3p^4$, $18m^3n^5p^3$ e $36mn^2p^5$ será: $36m^3n^5p^5$.

Entendemos que $36m^3n^5p^5$ é o menor termo algébrico que será dividido exatamente pelos termos algébricos $12m^2n^3p^4$, $18m^3n^5p^3$ e $36mn^2p^5$.

M.M.C. ENTRE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS OU POLINÔMIOS

Ex: Calculemos o M.M.C. entre $5x^2 - 5y^2$ e $3x - 3y$

Fatorando cada expressão algébrica, teremos:

$5x^2 - 5y^2 = 5 . (x + y).(x - y)$ e
$3x - 3y = 3 . (x - y)$.

Percebemos que todos os fatores presentes serão 5 ; (x + y) ; (x - y) e 3 e o produto entre todos eles nos dará o M.M.C. entre $5x^2 - 5y^2$ e $3x - 3y$, que será :

$5 . 3 . (x + y) . (x - y) = 15 (x^2 - y^2)$
ou $15x^2 - 15y^2$

Ex: Calculemos o M.M.C. entre $3x^2 + 6xy + 3y^2$; $6x^2 - 6y^2$ e $9x - 9y$

Fatorando cada expressão algébrica, teremos:

$3x^2 + 6xy + 3y^2 = 3 (x^2 + 2xy + y^2) =$
$3 (x + y)^2$

$6x^2 - 6y^2 = 6 . (x^2 - y^2) =$
$=2 . 3 . (x + y) . (x - y)$

$9x - 9y = 9 . (x - y) = 3^2. (x - y)$

Percebemos que todos os fatores presentes serão 2 ; 3 ; (x + y) e (x - y) e o produto entre todos eles, quando elevados aos **maiores** expoentes nos dará o M.M.C. entre $3x^2 + 6xy + 3y^2$; $6x^2 - 6y^2$ e $9x - 9y$, que será :

$2 . 3^2 . (x + y)^2 . (x - y) =$
$18. (x + y)^2 (x - y)$

e que por facilidade podemos deixá-lo indicado dessa forma, sem efetuar o produto.

Assim, o M.M.C. entre $3x^2 + 6xy + 3y^2$; $6x^2 - 6y^2$ e $9x - 9y$ será:
$18 (x + y)^2 (x - y)$

Ex: Determine o M.D.C. e o M.M.C. entre $x^2 - 25$; $x^2 - 10x + 25$ e $5x – 25$.

Fatorando cada uma das expressões algébricas, teremos:

$x^2 - 25 = (x + 5) (x - 5)$
$x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$
$5x - 25 = 5 (x - 5)$

Percebemos que o fator comum será: (x-5) e elevado ao **menor** expoente será exatamente x - 5. E este será o M.D.C. entre $x^2 – 25$; $x^2 - 10x + 25$ e $5x - 25$.

Percebemos que todos os fatores presentes serão 5 ; (x + 5) e (x - 5) e o produto entre todos eles, quando elevados aos **maiores** expoentes nos dará o M.M.C. entre $x^2 – 25$; $x^2 - 10x + 25$ e $5x - 25$, que será:
$5 . (x - 5)^2. (x + 5)$
e que por facilidade podemos deixá-lo indicado dessa forma, sem efetuar o produto.

Assim, o M.M.C. entre $x^2 - 25$; $x^2 - 10x + 25$ e $5x - 25$ será : $5(x-5)^2(x+5)$

Ex: Determine o M.D.C. e o M.M.C. entre $x^3 + x^2 - x - 1$; $x^3 - x^2 - x + 1$.

Fatorando cada uma das expressões algébricas, teremos:

$x^3 + x^2 - x - 1 = x^2(x+1) - 1(x+1)$
$= (x+1)(x^2-1) =$
$= (x+1)(x+1)(x-1) =$
$= (x+1)^2(x-1)$

$x^3 - x^2 - x + 1 = x^2(x-1) - 1(x-1) =$
$= (x-1)(x^2-1) =$
$= (x-1)(x+1)(x-1) =$
$= (x+1)(x-1)^2$

Percebemos que os fatores comuns aos dois polinômios serão: $(x+1)$ e $(x-1)$ e elevado aos respectivos **menores** expoentes nos darão:
$(x+1)(x-1) = x^2 - 1$.

E este será o M.D.C. entre os polinômios apresentados.

Percebemos que todos os fatores presentes serão $(x+1)$ e $(x-1)$ e o produto entre todos eles, quando elevados aos **maiores** expoentes nos dará o M.M.C. entre $(x+1)^2 \cdot (x-1)^2 = (x^2-1)^2$ ou, se preferirmos indicar o produto, teremos: $x^4 - 2x^2 + 1$.

Assim, o M.M.C. entre $x^3 + x^2 - x - 1$; $x^3 - x^2 - x + 1$ será : $(x+1)^2(x-1)^2$ ou, se preferirmos indicar o produto $x^4 - 2x^2 + 1$.

EXERCÍCIOS

1) Calcule:

a) $\frac{2x}{7a} \cdot \frac{3b}{5y}$

b) $\frac{ax}{mn} \cdot \frac{ay}{bm}$

c) $\frac{b^3c^2}{rs^3} \cdot \frac{r^2s}{b^2c^2}$

d) $\frac{a^4}{2c} \cdot \frac{a^3}{5c^2}$

e) $\frac{9x^3}{y^4} \cdot \frac{y^3}{10x}$

f) $\frac{x^3y^3}{20d^3} \cdot \frac{4d^9}{x^3y^5}$

2) Efetue as divisões:

a) $\frac{2x}{5y} \div \frac{3b}{a}$

b) $\frac{7a}{9b} \div \frac{21a^3}{3}$

c) $\frac{8a^2}{5bc} \div \frac{4a}{bc}$

d) $\frac{5}{a^2b^2} \div \frac{10}{ab}$

e) $\frac{x^5y^5}{a^4} \div \frac{x^5y^5}{a^5b}$

f) $\frac{2x^2y^2}{ab^2c^2} \div \frac{x^2y^2}{b^3c^2}$

3) Qual é o resultado da multiplicação $\frac{x^2y^2}{a} \cdot \frac{ab^2}{x} \cdot \frac{a}{by^3}$?

4) Simplifique as expressões:

a) $\frac{a+3}{a} \cdot \frac{a}{a-3}$

b) $\frac{x^2+8x+16}{a^2-ab} \cdot \frac{ax-bx}{x+4}$

c) $\frac{x}{p+1} \div \frac{x^5}{p^2-1}$

d) $\frac{3a^4}{x^6+x^5} \div \frac{9a^2}{2x+2}$

5) Se efetuar a multiplicação $\frac{x+xy+ax+ay}{ab-4b} \cdot \frac{2a-8}{a^2-x^2}$, que fração vai encontrar?

6) Calcule:

a) $\left(\frac{2a^3}{b^5}\right)^2$

b) $\left(\frac{x-2y}{10y}\right)^2$

c) $\left(\frac{5m}{x^2y}\right)^2$

d) $\left(\frac{x^2y}{2a^4}\right)^2$

7) Calcule o m.m.c. dos números:

a) 200 e 150

b) 60, 110, 180

c) 54 e 72

d) 75, 90 e 120

8) Sabendo que $x = 5 . 7^2$ e $y = 2 . 5^2 . 7$, determine m.m.c. (x, y).

9) Determine o m.m.c. dos monômios:

a) ab^3, a^4c^2 e bc

b) $8a$, $6a^2b$, $12b^3$

c) $15a^3m$, $10am^3$, $20a^2m^2$

d) $2x^7y^3$ e $5x^5y^6$

e) $18a^7y^5$ e $24a^4y^9$

f) $28a^5p^7$, $21a^7p^4$ e $42a^9p^5$

10) Determine o m.m.c. das expressões:

a) $16x^3$ e $4x^5+4x^4$

b) xy^3 e $x^2y^3+x^3y^2$

c) $5ab$, b^2-b e $ab-a$

d) xy e x^4-2x^3

11) Determine o m.m.c. dos polinômios:

a) $5a-5b$, $7a+7b$ e a^2-b^2

b) x^2-9x, x^2-81 e $x^2+18x+81$

c) $6x+6xy$, $4y+4y^2$ e $3y^2+6y+3$

12) Dados A = ab – 2a – 3b + 6 e B = ab – 2a, determine m.m.c. (A, B).

13) Dados A = $6x^2 - 4xy - 9px + 6py$ e B = $4x^2 - 12px + 9p^2$. Calcule o menor dos múltiplos comuns desses dois polinômios.

14) Determine o m.m.c. dos polinômios $x^3 + y^3$, $xy + y^2$ e $x^3 - x^2y + xy^2$.

15) Qual é o valor numérico do m.m.c. dos polinômio $12xy$, $6x + 6xy$, $4y + 4y^2$ e $3y^2 + 6xy + 3$ quando x = -1 e y = -1?

16) Calcule:

a) $\dfrac{3a}{10x} + \dfrac{b}{4y}$

b) $\dfrac{x}{4y} + \dfrac{2x}{5y} + \dfrac{7x}{10y}$

c) $1 - \dfrac{2a}{b} + \dfrac{2b}{3a}$

d) $\dfrac{1}{6x} + \dfrac{2}{9x^2}$

e) $\dfrac{ax}{8y} + \dfrac{by}{2y^2}$

f) $\dfrac{2}{10x} + \dfrac{2}{15y} - \dfrac{1}{5xy}$

17) Escreva na forma mais simples cada uma das seguintes somas algébricas:

a) $\dfrac{x+a}{x} - \dfrac{a-x}{a}$

b) $\dfrac{a-b}{2b} - \dfrac{a+b}{2a}$

c) $\dfrac{y+2}{x} + \dfrac{1-xy}{x^2}$

d) $\dfrac{3x-2y}{3x} + \dfrac{x+2y}{2y}$

18) Calcule:

a) $a - \dfrac{a^2-b}{a+b}$

b) $\dfrac{x}{x^2-9} - \dfrac{1}{x+3}$

c) $5 + \dfrac{1-4x^2}{x^2+1}$

d) $\dfrac{1}{a+b} + \dfrac{a}{a^2-b^2}$

19) A fração F é a diferença das frações $\dfrac{a}{a-b}$ e $\dfrac{a^2}{a^2-b^2}$. Qual é a fração F?

20) Se $A = \dfrac{x+a}{a}$, $B = \dfrac{a}{x+a}$ e $C = \dfrac{2x}{x+a}$, determine A – B – C.

21) Qual fração algébrica representa a soma $\frac{2x}{x+y}+\frac{4y}{x-y}-\frac{4y^2}{x^2-y^2}$? Dê o valor numérico da fração quando x = 10 e y = 6.

22) Você sabe a + b = 5 e ab = 4. Nessas condições, descubra o valor numérico da expressão $\frac{2}{a^2b}+\frac{2}{ab^2}$.

23) São dados os números reais x e y, tais que $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{11}{4}$ e $x+y=\frac{22}{15}$. Qual é o valor de xy?

24) Simplificar a expressão $\dfrac{\frac{x+y}{a}}{\frac{x^2-y^2}{2a}}$.

25) Simplifique:

a) $\left(\frac{a}{x}-\frac{x}{a}\right):\left(\frac{a}{x}+2+\frac{x}{a}\right)$

b) $\dfrac{2a+8}{2-\frac{a-2}{1+a}}$

26) Escreva cada uma das expressões abaixo na forma mais simples:

a) $\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\right)\cdot\left(\frac{x^2+xy}{x^2-y^2}\right)$

b) $\frac{x-y}{y^2}\cdot\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x-y}\right)$

c) $\dfrac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$

d)

$$\left[\frac{2x}{x+y}+\frac{y}{x+y}+\frac{y^2}{x^2-y^2}\right]:\left[\frac{1}{x+y}+\frac{x}{x^2-y^2}\right]$$

e) $x-\dfrac{1-x^2}{1-\frac{x-1}{x}}$

27) Determine o m.m.c. dos polinômios:

a) $8x^2$ e 2x - 10

b) xy^3 e x^3+x^2y

c) $ax-a^2$ e x^2-a^2

d) $xy+5x$ e $y^2+10y+25$

e) 5ax, x^2-x e ax - a

f) 2a - 2b, 3a + 3b e a^2-b^2

g) x^2-7x, x^2-49 e 2x + 14

h) $2x^2+2x^2y$ e 6x + 6xy

i) x^2-6x+9, $(x-3)^3$ e x^4-3x^3

j) 5a + 10, 2a + 4 e 3a + 6

l) a^2-25, $a^2-10a+25$ e $a^2+10a+25$

m) x^2-2x+1, $(x-1)^3$ e 2x - 2

28) Dados os polinômios $a^6 - a^5 + a - 1$ e $a^{10} + 2a^5 + 1$, determine o m.m.c. desses polinômios.

29) Efetue as operações indicadas no numerador e no denominador de cada uma das seguintes frações algébrica, simplificando a fração:

a) $\dfrac{x^2 + (y + x)(y - x) + xy}{2y + 2x}$

b) $\dfrac{(a^2 - 1) + (a + 1)}{(a^2 - 1) - (a - 1)}$

c) $\dfrac{ax - ay}{x(x - y) - y(x - y)}$

d) $\dfrac{(x - y)^2 - y^2}{x(x - 4) - 4(y^2 - x)}$

30) Se você simplificar a fração $\dfrac{(a + b)^2 - c^2}{(b + c)^2 - a^2}$, qual a fração que você vai obter?

31)Efetue:

a) $\dfrac{x + y}{y} - \dfrac{y}{x + y} - \dfrac{2x}{x + y}$

b) $\dfrac{1}{x + 1} - \dfrac{1}{x - 1} + \dfrac{2x}{x^2 - 1}$

c) $\dfrac{2x^2 - 3xy + y^2}{x - y} - 2(x - y)$

d)

$$\frac{a}{(a - b)(a - c)} + \frac{b}{(b - c)(a - b)} + \frac{c}{(a - c)(b - c)}$$

32) Calcule:

a) $\dfrac{x + 2}{x} \cdot \dfrac{x - 2}{2x}$

b) $\dfrac{a}{a + 2b} \cdot \dfrac{5ab}{a - 2b}$

c) $\dfrac{a}{a - 4} \cdot \dfrac{a^2 - 16}{ax}$

d) $\dfrac{a^2 - 1}{x^2 - y^2} \cdot \dfrac{2x + 2y}{2a - 2}$

e) $\dfrac{x^2 + 6x + 9}{a^2b - ab^2} \cdot \dfrac{a - b}{10x + 30}$

f) $\dfrac{x^2 - 2xy}{3x} \cdot \dfrac{ax - 2ay}{x^2 - 4xy + 4y^2}$

33) Efetue as divisões:

a) $\dfrac{x}{a + 1} : \dfrac{x^4}{a^2 - 1}$

b) $\dfrac{x + y}{7x - 7y} : \dfrac{x^2 + xy}{7x}$

c) $\dfrac{a^2 - 1}{x^2 - y^2} : \dfrac{a^2 - 2a + 1}{3x + 3y}$

d) $\dfrac{m^2 - 36}{x^2y^2} : \dfrac{2m + 12}{xy^2}$

e) $\dfrac{3a^4}{x^7 + x^6} : \dfrac{9a^2}{2x + 2}$

f) $\dfrac{x^2+x+1}{x^2+1}:\dfrac{x^3+x^2+x}{x^4-1}$

g) $\dfrac{ax+bx}{10y}:\dfrac{a^2-b^2}{20xy}$

h) $\dfrac{a^2-2ab+b^2}{b^2-c^2}:\dfrac{ab^2-b^3}{b^3+b^2c}$

Equações do 1° Grau

Denomina-se equação do 1° grau na variável (incógnita) x, a qualquer expressão matemática que pode ser escrita sob a forma

$$ax + b = 0$$

onde a e b são números reais, com $a \neq 0$.

Determinar a solução de uma equação do 1° grau significa obter, através de propriedades ou processes algébricos, o valor da incógnita x que verifica a igualdade.

Os processos algébricos, utilizados para a resolução de uma equação, baseiam-se nos seguintes princípios matemáticos:

Se adicionarmos ou subtrairmos um mesmo número aos dois membros de uma igualdade, obteremos uma outra igualdade.

Exemplo:

$x + 3 = 8$

$x + 3 - 3 = 8 - 3$

$x + 0 = 5$

$x = 5$

Se multiplicarmos ou dividirmos os dois membros de uma igualdade por um mesmo número, obteremos uma outra igualdade.

Exemplo:

$3x = 21$

$3x \cdot \frac{1}{3} = 21 \cdot \frac{1}{3}$

$x.1 = 7.1$

$x = 7$

Exercícios Resolvidos

Exemplo 1:

$5 \cdot (2x - 4) = 7 \cdot (x + 1) - 3$

$10x - 20 = 7x + 7 - 3$

$10x - 7x = -3 + 7 + 20$

$3x = 24$

$x = \frac{24}{3}$

$x = 8$

Exemplo 2:

$\frac{x-1}{4} - \frac{x-3}{6} = 3$

$m.m.c.(4,6) = 12$

$\frac{3(x-1)}{12} - \frac{2(x-3)}{12} = \frac{12.3}{12}$

$3(x-1) - 2(x-3) = 36$

$3x - 3 - 2x + 6 = 36$

$3x - 2x = 36 - 6 + 3$

$x = 33$

Exemplo 3:

$\frac{2 \cdot (x+3)}{3} + \frac{5 \cdot (2x-1)}{2} + \frac{1}{6} = 5x$

$m.m.c.(3,2,6) = 6$

$\frac{2.2(x+3)}{6} + \frac{3.5(2x-1)}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6.5x}{6}$

$4(x+3) + 15(2x-1) + 1 = 30x$

$4x + 12 + 30x - 15 + 1 = 30x$

$4x + 30x - 30x = -1 + 15 - 12$

$4x = 2$

$x = \frac{2}{4}$

$x = \frac{1}{2}$

Problemas do 1° grau

Exemplos:

Resolva os seguintes problemas envolvendo equações do 1° grau.

Problema 1:

A soma da metade de um número com 10 resulta 35. Qual é esse número?

Resolução:

número: x

equação: $\frac{x}{2}+10=35$

$$\frac{x}{2}=25$$
$$x=50$$

Portanto, o número é 50.

Problema 2:

número: x

equação: $\frac{x}{2}+20=3x-45$

$$m.m.c.=2$$
$$x+40=6x-90$$
$$-5x=-130$$
$$x=26$$

Problema 3:

número: x

equação: $\frac{x+20}{2}=3x-45$

$$m.m.c.=2$$
$$x+20=6x-90$$
$$-5x=-110$$
$$x=22$$

Problema 4:

número: x

número maior: $x+30$

equação: $x+(x+3)=180$

$$2x=150$$
$$x=\frac{150}{2}$$
$$x=75$$
$$x+30=105$$

Problema 5:

Número maior: x

número menor: $x-34$

equação: $x+(x-34)=96$

$$2x=130$$
$$x=65$$

Exercícios

1) Resolva as seguintes equações do 1° grau em x:

a) $\frac{2.(1+x)}{3}-\frac{2.(x+1)}{5}=\frac{x}{2}$

b) $\frac{3}{2}\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right)-\frac{2}{3}\cdot\left(3x-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{3}\cdot(x+2)$

c) $\frac{2.(1+x)}{3}-3=\frac{-3.(x+2)}{7}+4$

2) Resolva as seguintes problemas:

a) A soma de dois números consecutivos é igual a 145. Quais são esses números?

b) Em um quintal existem 30 animais, entre galinhas e coelhos. Sabendo-se que o total de pernas é 82, calcule quanto são os coelhos e quantas são as galinhas.

c) Numa caixa, o número de bolas preta é o triplo de bolas brancas. Se retirarmos 2 brancas e 26 pretas, o número de bolas de cada cor ficará igual. Qual a quantidade de bolas brancas?

d) Eu tenho 30 cédulas, algumas de R$ 5,00 e outras de R$ 10,00. O Valor total das cédulas é de R$ 250,00. Quantas cédulas de R$ 5,00 e quantas cédulas de R$ 10,00 eu tenho?

3) A solução da equação $5.(x+3)-2(x-1)=20$ é:

a) 3

b) 1

c) 0

d) 9

e) 2

4) A solução da equação $1+\frac{1}{2}+x=\frac{3}{8}+\frac{7}{8}$ é:

a) $\frac{1}{48}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{24}$

d) 0

e) n.d.a.

5) O valor de x tal que $\frac{4x-1}{2}=\frac{-2x+1}{3}$ é:

a) 0

b) 3

c) $\frac{5}{16}$

d) $\frac{16}{5}$

e) n.d.a.

6) A solução da equação $\frac{2.(x+3)}{3}+\frac{5(2x-1)}{2}+\frac{1}{6}=5x$ é:

a) $\frac{1}{2}$

b) $-\frac{1}{2}$

c) 2

d) -2

e) n.d.a.

7) A raiz da equação $2.(x+1)=3.(2-x)$ é um número racional:

a) menor que -1

b) compreendido entre -1 e 0

c) compreendido entre 0 e 1

d) maior que 1

e) n.d.a.

8) O conjunto solução de equação $\frac{x+2}{x}=2$ em R^* é:

a) $S=\{1\}$

b) $S=\{2\}$

c) $S=\{-2\}$

d) $S=\varnothing$

e) n.d.a.

9) Numa caixa há bolas brancas e bolas pretas num total de 360. Se o número de brancas é o quádruplo do de pretas, então o número de bolas brancas é:

a) 72

b) 120

c) 240

d) 288

e) n.d.a.

10) Deseja-se cortar uma tira de couro de 120 cm de comprimento, em duas partes tais que o comprimento de uma seja igual ao triplo da outra. A parte maior mede:

a) 75 cm

b) 80 cm

c) 90 cm

d) 95 cm

e) n.d.a.

11) O número que somado aos seus $\frac{2}{3}$ resulta 30 é:

a) ímpar

b) primo

c) divisor de 30

d) múltiplo de 9

e) n.d.a.

12) Diminuindo-se 6 anos da idade de minha filha obtém-se os $\frac{3}{5}$ de sua idade. A idade de minha filha, em anos, é:

a) 10

b) 15

c) 12

d) 18

e) n.d.a.

13) Um aluno recebe 3 dólares por problema que acerta e paga 2 dólares por problema que erra. Fez 50 problemas e recebeu 85 dólares. Pode-se dizer que acertou:

a) 37 problemas

b) 13 problemas

c) 17 problemas

d) 15 problemas

e) 35 problemas

14) Roberto disse a Valéria: "pense num número, dobre esse número; some 12 ao resultado; divida o novo resultado por 2. Quanto deu ?" Valéria disse: "15", ao que Roberto imediatamente revelou o número original que Valéria havia pensado. Calcule esse número.

15) Na proporção $\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{324.b^2-x}{6x}$ onde $a=3$ e $b=2$, o valor numérico de x é ______.

16) Achar um número inteiro tal que os seus $\frac{4}{5}$ diminuídos de 7, seja igual a metade aumentada de 2.

a) 30

b) 20

c) 18

d) 14

e) 10

17) O dono de uma empresa resolve dar um prêmio em dinheiro aos funcionários de certo setor e decide dividir a quantia do seguinte modo: cada funcionário do sexo feminino deverá receber o dobro do que receber cada funcionário do sexo masculino. Se em tal setor trabalham 3 mulheres e 4 homens, que fração da quantia total caberá a cada mulher?

a) $\frac{1}{12}$

b) $\frac{1}{10}$

c) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{1}{3}$

e) $\frac{3}{4}$

18) José gastou tudo o que tinha no bolso em três lojas. Em cada uma gastou 1 (um) real a mais do que a metade do que tinha ao entrar. Qual tinha José quando entrou na primeira loja?

19) O conjunto solução da equação $\frac{x}{x-1}+3=\frac{1}{x-1}-1$ é:

a) {0}

b) $\left\{\frac{3}{5}\right\}$

c) {1}

d) $\varnothing$

e) n.d.a.

20) Uma certa importância deve ser dividida entre 10 pessoas em partes iguais. Se a partilha fosse feita somente entre 8 dessas pessoas, cada uma destas receberia R$5.000,00 a mais. Calcular a importância.

21) Certo número x foi dividido por 7, tendo como resto 5. O quociente obtido foi multiplicado por 38, obtendo-se assim, um valor igual a 5x + 11. O número x é __________.

22) Minha calculadora tem lugar para oito algarismos. Eu digitei nela o maior número possível, do qual subtraí o número de habitantes do Estado de São Paulo, obtendo, como resultado, **68.807.181**. Qual é a população do Estado de São Paulo?

23) É comum encontrarmos, na História da Matemática, problemas que, apesar de sua simplicidade, atravessam os séculos. Um exemplo é o problema conhecido come "Saudações a vós", que aparece no livro "Antologia Grega" de Metrodorus, século 5. Adaptado, apresenta-se assim:
"Bom dia, minhas cem pombas", disse o gavião a um banco de avezinhas que passavam. "Cem pombas não somos nós", disse uma delas. "Para sermos cem é necessário outro tanto de nós, mais metade de nós, mais a quarta parte de nós, e contigo, gavião, cem aves seremos nós."
Há no bando:
a) 36 pombas
b) 40 pombas
c) 46 pombas
d) 96 pombas
e) 101 pombas

24) Um empresário decide presentear alunos com livros. Observou que, se ele der 2 livros a cada aluno, sobrarão 20 livros e, se ele der 3 livros a cada aluno, faltarão 30 livros. A quantidade de livros é:

a) 50

b) 120

c) 70

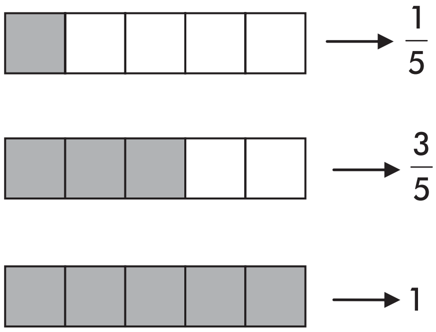
d) 80

e) 100

Reta Numérica e Intervalos

Números Racionais

Nem sempre a divisão entre dois números inteiros resulta em um número inteiro. Desta forma, o conjunto dos números racionais surgiu como uma extensão dos números inteiros. Intuitivamente, pode-se explicar a origem dos números racionais a partir da divisão de um todo em várias partes, ou seja:



Chama-se racional todo número que é o quociente entre dois números inteiros.

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in Z, q \in Z, q \neq 0 \right\}$$

Obs.: $N \subset Z \subset Q$

Números Irracionais

Existem números, entretanto, que não podem ser obtidos como o quociente de dois números inteiros, tais como:

$\pi = 3{,}1415926\ldots$

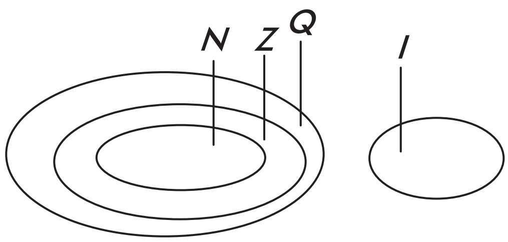
$\sqrt{2} = 1{,}4142135\ldots$

$\sqrt{3} = 1{,}7320508\ldots$

$e = 2{,}7182818\ldots$

Estes números pertencem ao conjunto dos números irracionais.

$$I = \left\{ x \neq \frac{p}{q} \mid p \in Z, q \in Z, q \neq 0 \right\}$$



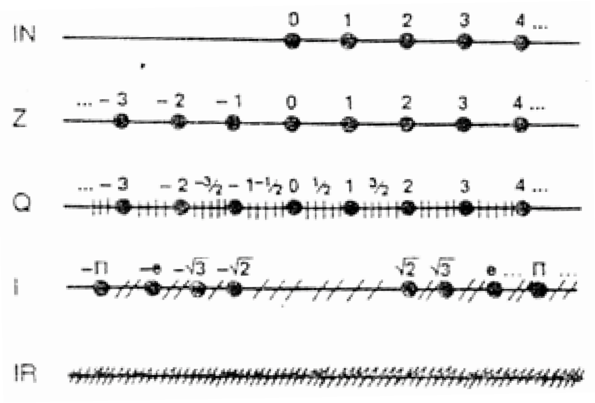
Números Reais

O conjunto dos números reais é definido como a união entre os conjuntos dos números irracionais e racionais, ou seja:

$$R = Q \cup I$$

Importante:

É possível a representação de todos os números em retas, onde cada ponto representa um número.



Intervalos

. Intervalo Aberto

É um subconjunto dos números reais x, tais que

$$a < x < b$$

ou seja, números que estão entre a e b.

$$(a,b) =]a,b[= \{x \in R \,/\, a < x < b\}$$

. Intervalo Fechado

É um subconjunto dos números reais x, tais que

$$a \leq x \leq b$$

ou seja, números de a até b.

$$[a,b] = \{x \in R \,/\, a \leq x \leq b\}$$

Exercícios

1) Dados os números do quadro a seguir, responda:

	A	B	C	D	E	F	G	H
L	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{6}$	3^0	e	10	0,9	$1+\sqrt{3}$
M	4	3	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$-\frac{7}{2}$	2	π	0,33...
N	$\sqrt{9}$	-2	-3	$\sqrt[3]{8}$	$\sqrt{5}$	7	$\frac{8}{2}$	$\frac{4}{5}$
O	$-\frac{7}{2}$	4^{-2}	$\frac{1}{10}$	1,5	20	0,2	$-\sqrt{2}$	2^{-1}

a) Quais são os números racionais?

b) Quais são os números inteiros?

c) Quais são os números irracionais?

d) Quais são os números naturais?

e) Existe algum que não é real?

2) Se $A = \{x \in R \,/\, 2 < x < 5\}$ e $B = \{x \in R \,/\, 3 \leq x < 8\}$, determinar $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ e $B - A$.

3) Usando a notação de conjuntos, escreva os seguintes intervalos que estão representados a seguir:

a) 

b) 

c) 

d)

e)

f)

g)

4) Seja R o conjunto dos números reais, N, o conjunto dos números naturais e Q o conjunto dos números racionais. Qual a afirmativa falsa?

a) $Q \cup N \subset R$

b) $Q \cap N \subset R$

c) $Q \cup N = R$

d) $Q \cap R = Q$

e) $Q \cap R \neq \varnothing$

5) Seja os intervalos $A = (-\infty,1]$, $B = (0,2)$ e $C = [-1,1]$. O intervalo $C \cup (A \cap B)$ é:

a) $(-1,1]$

b) $[-1,1]$

c) $[0,1]$

d) $(0,1]$

e) $(-\infty,-1]$

6) Se designarmos por $[3;4]$ o intervalo fechado, em , de extremidades 3 e 4, é correto escrever:

a) $\{3;4\} = [3;4]$

b) $\{3;4\} \in [3;4]$

c) $\{3;4\} \subset [3;4]$

d) $\{3;4\} \supset [3;4]$

e) n.d.a.

7) Dados os conjuntos:

$A = \{x \in N / 2 \leq x \leq 5\}$,

$B = \{x \in N / x \text{ é ímpar e } 1 \leq x < 7\}$ e

$C = \{x \in N / 0 < x \leq 3\}$,

o conjunto solução de $(A - B) \cup (B - C)$ é:

a) $\{1,2\}$

b) $\{2,4,5\}$

c) $\{0,1,3,5,7\}$

d) $\{1,2,3,4,5\}$

e) $\{0,4,5\}$

8) Dados os intervalos $A = (-2,1]$ e $B = [0,2]$, então $A \cap B$ e $A \cup B$, são respectivamente:

a) $(0,1)$ e $(-2,2)$

b) $[0,1]$ e $(-2,2]$

c) $[0,1)$ e $[-2,2]$

d) $(0,1)$ e $(-2,2]$

e) $[0,1)$ e $[-2,2)$

9) Dado $A=\{x \in R / |x|=2\}$, tem-se:

a) $A \subset N$

b) $A \subset R_+$

c) $A \cup Z_+ = Z_+$

d) $A \cup Z_- = A$

e) $A \cap N = \{2\}$

10) São dados os conjuntos

$A=\{x \in N / x \text{ é par}\}$

$B=\{x \in Z / -1 \leq x < 6\}$

$C=\{x \in N / x \leq 4\}$

O conjunto X, tal que $X \subset B$ e $B - X = A \cap C$, é:

a) {0, 3, 5}

b) {1, 3, 5}

c) {0, 1, 3, 5}

d) {-1, 1, 3, 5}

e) {-1, 1, 3, 5, 6}

11) Se

$A=\{x \in R / -1 < x < 2\}$ e

$B=\{x \in R / -3 \leq x \leq 1\}$,

então, $(A-B) \cup (B \cap A)$ é o conjunto

a) {-1, 2}

b) $\{x \in R / -1 \leq x \leq 2\}$

c) $\{x \in R / -1 < x \leq 2\}$

d) $\{x \in R / -1 \leq x < 2\}$

e) $\{x \in R / -1 < x < 2\}$

12) Qual é a afirmação verdadeira?

a) A soma de dois números irracionais positivos é um número irracional.

b) O produto de dois números irracionais distintos é um número irracional.

c) O quadrado de um número irracional é um número irracional.

d) A diferença entre um número racional e um número irracional é um número irracional.

e) A raiz quadrada de um número racional é um número irracional.

Função do 1º Grau

Definição

Chama-se função polinomial do 1º grau, ou função afim, a qualquer função f de IR em IR dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais dados e $a \neq 0$. Na função $f(x) = ax + b$, o número a é chamado de coeficiente de x e o número b é chamado termo constante.

Veja alguns exemplos de funções polinomiais do 1º grau:

$f(x) = 5x - 3$, onde $a = 5$ e $b = -3$

$f(x) = -2x - 7$, onde $a = -2$ e $b = -7$

$f(x) = 11x$, onde $a = 11$ e $b = 0$

Gráfico

O gráfico de uma função polinomial do 1º grau, $y = ax + b$, com $a \neq 0$, é uma reta oblíqua aos eixos OX e OY.

Exemplo:

Vamos construir o gráfico da função $y = 3x - 1$:

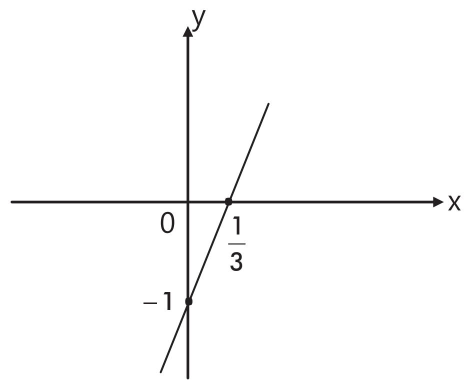
Como o gráfico é uma reta, basta obter dois de seus pontos e ligá-los com o auxílio de uma régua:

a) Para x = 0, temos y = 3 · 0 - 1=-1; portanto, um ponto é (0, -1).

b) Para y = 0, temos 0 = 3x - 1; portanto, $x = \frac{1}{3}$ e o outro ponto é $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$.

Marcamos os pontos (0, -1) e $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ no plano cartesiano e ligamos os dois com uma régua.

x	y
0	-1
$\frac{1}{3}$	0



Já vimos que o gráfico da função afim $y = ax + b$ é uma reta.

O coeficiente de x, a, é chamado coeficiente angular da reta e está ligado à inclinação da reta em relação ao eixo OX.

O termo constante, b, é chamado coeficiente linear da reta. Para x = 0, temos $y = a \cdot 0 + b = b$. Assim, o coeficiente linear é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo OY.

Zero e Equação do 1º Grau

Chama-se zero ou raiz da função polinomial do 1º grau $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$, o número real x tal que $f(x) = 0$.

Temos:

$$f(x) = 0 \Rightarrow ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

Exemplos:

a) Obtenção do zero da função $f(x) = 2x - 5$:

$f(x)=0 \Rightarrow 2x-5=0 \Rightarrow x=\dfrac{5}{2}$

b) Cálculo da raiz da função $g(x)=3x+6$:

$g(x)=0 \Rightarrow 3x+6=0 \Rightarrow x=-2$

c) Cálculo da abscissa do ponto em que o gráfico de $h(x)=-2x+10$ corta o eixo das abscissas:

O ponto em que o gráfico corta o eixo dos x é aquele em que $h(x)=0$; então:

$h(x)=0 \Rightarrow -2x+10=0 \Rightarrow x=5$

Crescimento e decrescimento

Consideremos a função do 1° grau $y=3x-1$. Vamos atribuir valores cada vez maiores a x e observar o que ocorre com y:

x aumenta

$\longrightarrow$

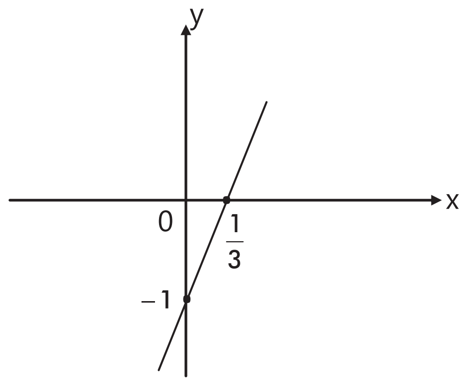
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-10	-7	-4	-1	2	5	8

y aumenta

$\longrightarrow$

Notemos que, quando aumentos o valor de x, os correspondentes valores de y também aumentam. Dizemos, então que a função $y=3x-1$ é crescente.

Observamos novamente seu gráfico:



Regra geral:

A função do 1° grau f(x) = ax + b é crescente quando o coeficiente de x é positivo (a > 0);

A função do 1° grau f(x) = ax + b é decrescente quando o coeficiente de x é negativo (a < 0);

Justificativa:

Para a > 0: se $x_1 < x_2$, então $ax_1 < ax_2$.
Daí, $ax_1 + b < ax_2 + b$, de onde vem $f(x_1) < f(x_2)$.

Para a < 0: se $x_1 < x_2$, então $ax_1 > ax_2$.
Daí, $ax_1 + b > ax_2 + b$, de onde vem $f(x_1) > f(x_2)$.

Sinal

Estudar o sinal de uma qualquer $y=f(x)$ é determinar os valor de x para os quais y é positivo, os valores de x para os quais y é zero e os valores de x para os quais y é negativo.

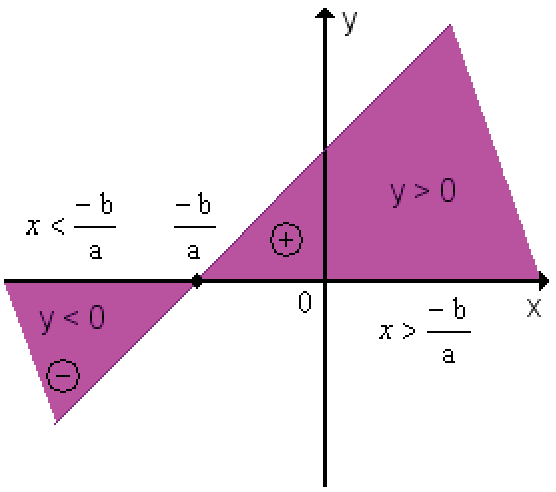
Consideremos uma função afim $y=f(x)=ax+b$ e estudemos seu sinal. Já vimos que essa função se anula para raiz $x=-\dfrac{b}{a}$. Há dois casos possíveis:

1º) a > 0 (a função é crescente)

$$y > 0 \Rightarrow ax + b > 0 \Rightarrow x > -\frac{b}{a}$$

$$y < 0 \Rightarrow ax + b < 0 \Rightarrow x < -\frac{b}{a}$$

Conclusão: y é positivo para valores de x maiores que a raiz; y é negativo para valores de x menores que a raiz.

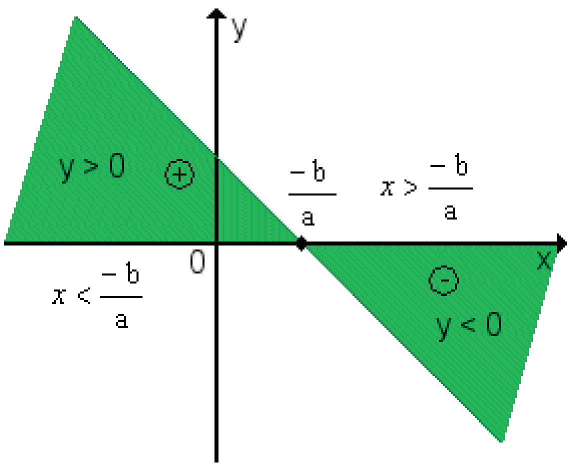


2º) a < 0 (a função é decrescente)

$$y > 0 \Rightarrow ax + b > 0 \Rightarrow x < -\frac{b}{a}$$

$$y < 0 \Rightarrow ax + b < 0 \Rightarrow x > -\frac{b}{a}$$

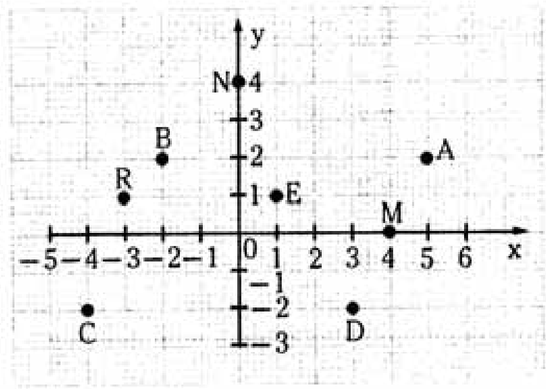
Conclusão: y é positivo para valores de x menores que a raiz; y é negativo para valores de x maiores que a raiz.



EXERCÍCIOS

Produto Cartesiano, Relação, Domínio e Imagem

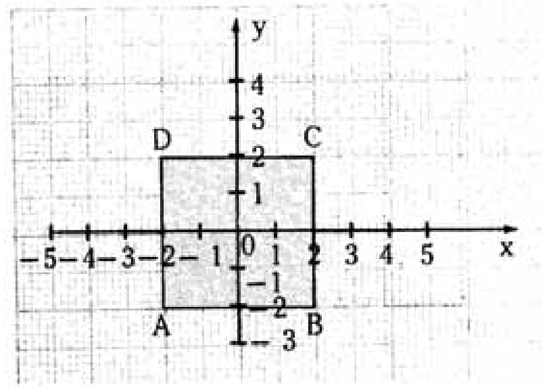
1)No plano cartesiano seguinte, dê as coordenadas dos pontos:



a) A c) C e) E g) N

b) B d) D f) M h) R

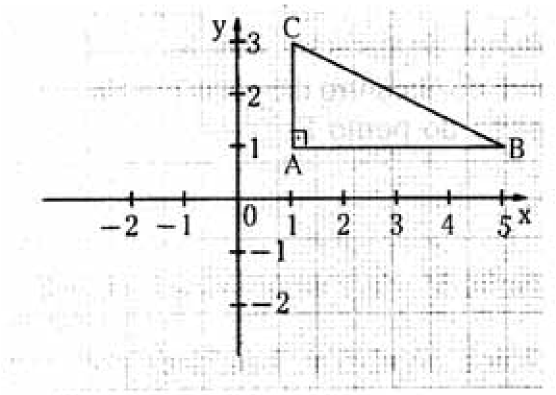
2) No plano cartesiano abaixo, responda:



a) Quais são as coordenadas dos vértices do quadrado ABCD?

b) Quantas unidades de comprimento têm cada lado do quadrado?

3) Observando o triângulo ABC, no plano cartesiano seguinte, responda:



a) Quais são as coordenadas dos vértices desse triângulo?

b) Como você classificaria esse triângulo quantos aos ângulos?

c) Quantas unidades de comprimento tem o cateto $\overline{AB}$?

d) Quantas unidades de comprimento tem o cateto $\overline{AC}$?

4) Marque no plano cartesiano os pontos e a seguir ligue-os: A(-4, 1), B(-4, -2), C(2, -2) e D(2, 1). Responda:

a) Qual o quadrilátero que você desenhou?

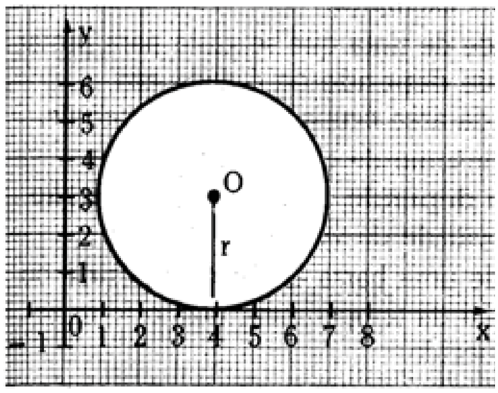
b) Qual a área da região limitada por esse quadrilátero?

5) Observe a circunferência seguinte, no plano cartesiano, e responda:

a) Quais as coordenadas do centro dessa circunferência?

b) Quantas unidades de comprimento tem o raio dessa circunferência?

c) Qual é o eixo tangente à circunferência?



6) Localize no plano cartesiano os pontos:

a) A (2, 5)

b) B (-3, 6)

c) C(4, -4)

d) D(-1, -1)

e) E(0, 3)

f) F(-9, -3)

g) G(-4, 0)

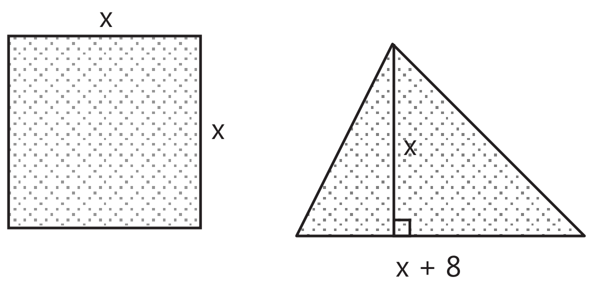
h) H(5, 5)

7) Determine x e y reais tais que:

a) (x+y, 2) = (8, x)

b) (2x, 3y – 1) = (6, 2)

8) O quadrado e o triângulo abaixo têm a mesma área. Nessas condições:



a) Qual a medida x do lado do quadrado?

b) Qual é a área do quadrado?

c) Qual é a área do triângulo?

9) Consideremos um quadrado cujo lado mede x. Se representarmos por y o perímetro desse quadrado, observamos que o perímetro y depende da medida x do lado desse quadrado. Logo, y é dado em função de x. Nessas condições, escreva a fórmula matemática dessa função.

10) A área de um quadrado é dada em função da medida do seu lado. Sendo y a área e sendo x a medida do lado, qual é a fórmula matemática dessa função?

11) Quando compramos laranja na feira, o preço y que pagamos ao feirante depende ou é dado em função do número x de dúzias de laranja que compramos. Se a dúzia de laranja custa 3 reais, qual é a fórmula matemática dessa função?

12) Um vendedor trabalha na base da comissão, logo seu ganho mensal y depende ou é dado em função do total x de vendas que ele realiza durante o mês. Sabendo que esse vendedor recebe 15% do total de vendas, qual é a fórmula matemática dessa função?

13) Uma firma que conserta geladeiras cobra uma taxa fixa de 20 reais pela visita e mais 0,30 real, por hora, de mão de obra. Logo, o preço y que se paga pelo conserto depende ou é dado em função dessas condições. Sabendo-se que foram empregadas x horas de mão de obra, qual é a fórmula matemática que define essa função?

14) Um colégio paga a seus professores a quantia de 15 reais por aula mais uma quantia fixa de 200 reais como abono mensal. Então, a quantia y que o professor recebe depende do número x de aulas que ele dá durante o mês. Nessas condições, qual a fórmula matemática dessa função?

15) Uma máquina produz 1200 peças por hora. Então, a produção y de peças por dia depende ou é dada em função do número x de horas que a máquina trabalha durante o dia. Nessas

condições, qual é a fórmula matemática dessa função?

16) Vamos escrever a fórmula matemática que define cada uma das seguintes funções:

a) A cada número real x associar um número real y que representa o triplo do número x.

b) A cada número real x associar um número real y que representa o dobro de x menos 10.

c) A cada número real x associar um número real y que representa o inverso de x.

d) A cada número real x associar um número real y que representa o quadrado de x menos 4.

e) A cada número real x associar um número real y que representa a metade de x aumentada de 5.

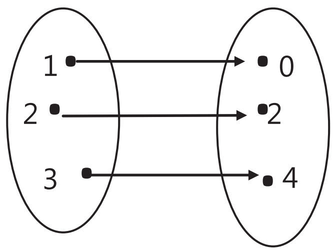
17) Sejam os conjuntos A = {0, 1, 4, 9, 16} e B = {0, 1, 2, 3, 4, 5} e uma relação entre A e B dada pela fórmula $y = \sqrt{x}$, em que $x \in A$ e $y \in B$, represente essa relação por meio de um diagrama e verifique se ela é, ou não, uma função de A em B, $f : A \to B$.

18) Sejam os conjuntos A = {2, 4, 6, 8}, B = {-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3} e uma relação entre A e B dada pela fórmula $y = -x + 7$, em que $x \in A$ e $y \in B$, represente por meio de diagrama e verifique se ela é, ou não, função de A em B.

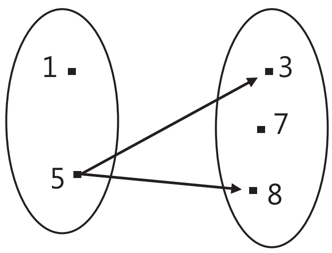
19) Sejam os conjuntos A = {1, 2, 3, 4, 5}, $B = \left\{0, 1, 2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{7}{6}\right\}$ e uma relação entre A e B dada pela formula $y = \frac{1}{x} + 1$, em que $x \in A$ e $y \in B$, represente essa relação por meio de diagrama e verifique se ela é, ou não função.

20)Observe os diagramas abaixo e assinale os que representam função de A em B.

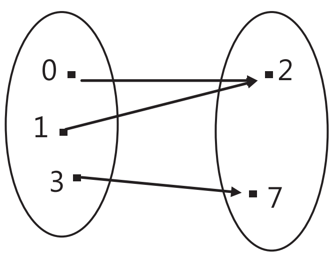
a)



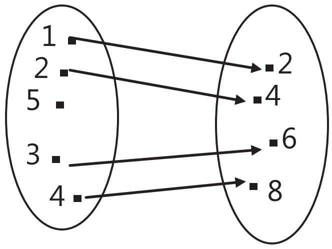
b)



c)



d)



21) Dados os conjuntos A = {1, 2, 3} e B = {1, 2, 3, 4, 6, 9} e a lei de formação, faça, em cada item, o diagrama de flechas e verifique qual das relações é função de A em B.

a) Relação: y = 2x

b) Relação: y = x + 3

c) Relação: y = x

d) Relação: $y = x^2$

22) Seja a função $f : A \to B$, com A = R e B = R, definida pela lei de formação $y = x^2 + 2x - 5$, responda:

a) Qual o valor de y quando x = 3?

b) Qual o valor de x quando y = -2?

c) Qual o valor de y que corresponde ao valor de x = 0,5?

d) Para que valor(es) de x temos y = 0?

23) Sabemos que o perímetro y de um quadrado é dado em função as medida x do lado, função essa definida pela fórmula matemática y = 4x. Nessas condições, responda:

a) Qual é o domínio da função?

b) Qual é a imagem do número 21 pela função?

c) Qual é a imagem do número 10,5 pela função?

d) Qual é o número real x cuja imagem pela função é 28?

24) A área de um quadrado é dada em função da medida do lado. Sendo y a área e x a medida do lado, a função é definida pela fórmula matemática y = x. Nessas condições, determine:

a) a imagem do número 0,4 pela função.

b) a imagem do número $\sqrt{5}$ pela função.

c) o número real x cuja imagem pela função é 81.

25) O preço de um sorvete é 2,50 reais. Se você comprar x sorvetes, deverá pagar y reais, ou seja, a quantia que você vai pagar é dada em função do número de sorvetes que vai comprar. Nessas condições, responda:

a) Qual é a fórmula matemática que define essa expressão?

b) Quanto você gastará se comprar 3 sorvetes?

c) Qual é a imagem do número 7 pela função?

d) Se você pagou 12,50 reais, quantos sorvetes você comprou?

e) Qual é o número x cuja imagem pela função é 20?

26) Quando a um número real associamos o seu dobro diminuído de 5 unidades, temos uma função definida pela fórmula matemática y = 2x – 5. Nessas condições, determine:

a) o domínio dessa função.

b) a imagem do número 3,5 pela função.

c) a imagem do número $\frac{5}{2}$ pela função.

d) o número real x cuja imagem pela função é $\frac{1}{2}$.

27) Um motorista, saindo de um ponto A, viaja por uma estrada e verifica que a distância percorrida desde o ponto inicial, pode ser calculada por $y = 51x + 17$, em que y é dado em km e x é dado em horas. Nessas condições, determine as distâncias percorridas de hora em hora, desde x = 1 até x = 4.

28) Uma função é definida pela fórmula matemática $y = 1 - 7x$, sendo o seu domínio dado por D = R. Nessas condições:

a) Qual é a imagem do número real –3 pela função?

b) Qual é a imagem do número 0,2 pela função?

c) Qual é o número real x cuja imagem pela função é -41?

29) Uma função é definida pela fórmula matemática $y = x^2 - 3$, sendo o seu domínio dado por D = R. Nessas condições:

a) Determine a imagem do número $5\sqrt{2}$ pela função?

b) Qual é o número real x cuja imagem pela função é 22?

30) Sabemos que uma função é definida pela fórmula matemática $y = \frac{10}{x}$ e seu domínio é o conjunto R^*. Nessas condições:

a) Qual é a imagem do número $\sqrt{5}$ pela função?

b) Qual é a imagem do número 0,1 pela função?

c) Qual é o número real x cuja imagem pela função é $\frac{1}{5}$?

d) Qual é o número real x cuja imagem pela função é $\frac{2}{\sqrt{2}}$?

31) Em uma função definida pela fórmula matemática $y = x^2 - 8x + 12$,

cujo domínio é R, determine o número real x cuja imagem pela função é 0.

32) Em um retângulo, cujo comprimento é 50 unidades, a área y é dada em função da largura x. Nessas condições:

a) Escreva a formula matemática que define essa função.

b) Qual é a imagem do número 32 pela função?

c) Qual é o número real x cuja imagem pela função é 750?

33) identifique as igualdades que expressam funções do 1° grau.

a) y = 3x - 2

b) y = -x + 1

c) y = 10

d) y = $\frac{x}{6}$ + 4

e) $2x - y^2 = 8$

f) x – y = 0

34) Construa, no plano cartesiano, o gráfico de cada uma das seguintes funções polinomiais do 1° grau:

a) y = x+1

b) y = x

c) y = -x+4

d) y = 1 – 2x

e) y = -4x

f) y = 3x + 1

g) $y = \frac{1}{2}x + 2$

h) y =2 – 3x

35) Identifique o coeficiente angular e o linear:

a) $y = 3x - 3$

b) $y = -2x - 7$

c) $y = \frac{1}{2}x$

d) $y = -5x$

36) Dada a função $y = 2x + 6$, calcular:

a) y, quando $x = -1$;

b) x, quando $y = 0$.

37) Classifique as funções em crescente ou decrescente:

a) $y = 2x + 4$

b) $y = -3x + 8$

c) $y = -\frac{1}{2}x$

d) $y = x$

38) Construa o gráfico das seguintes funções:

a) $y = 2x - 1$

b) $y = -3x - 6$

c) $y = 2x$

d) $y = -x$

39) Construa, em um mesmo plano cartesiano, os gráficos das funções $y = 3x - 2$ e $y = 2x - 1$. A seguir, observando o gráfico, responda:

a) Às retas que você traçou são concorrentes ou paralelas?

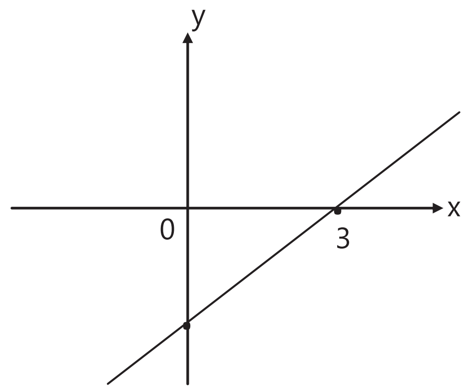
b) Se são concorrentes, quais as coordenadas do ponto de encontro das duas retas?

40) Num mesmo plano cartesiano, trace as retas que representam os gráficos das funções $y = x + 3$ e $y = x - 2$. Como são essas duas retas?

41) Um carro se movimenta em velocidade constante segundo a fórmula matemática $y = 2x + 1$, em que y representa a posição do carro no instante x. Construa, no plano cartesiano, o gráfico da posição do carro em função do tempo (lembre que, neste caso, a variável x assume apenas valores reais não-negativos).

42) Usando o plano cartesiano, determine as coordenadas do ponto de encontro das retas que representam os gráficos da funções $y = 6 - x$ e $y = x - 2$.

43) A figura a seguir nos mostra o gráfico da função $y = x - 3$. Nessas condições, responda:



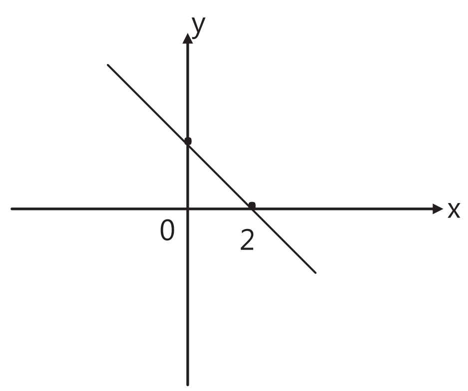
a) Para qual valor real de x temos $y = 0$?

b) Para quais valores reais de x vamos ter valores positivos de y ($y > 0$)?

c) Para quais valores reais de x vamos ter valores negativos de y ($y < 0$)?

44) A figura a seguir nos mostra o gráfico da função $y = -x + 2$.

Nessas condições, responda:



a) Para qual valor real de x temos $y = 0$?

b) Para quais valores reais de x vamos ter valores positivos de y ($y > 0$)?

c) Para quais valores reais de x vamos ter valores negativos de y ($y < 0$)?

45) Dê, em cada uma das seguintes funções, os valores reais de x para os quais se tem $y = 0$, $y > 0$ e $y < 0$:

a) $y = x + 7$

b) $y = x + 7$

c) $y = -x - 1$

d) $y = 6x - 6$

e) $y = 2x - 3$

f) $y = 10 - 2x$

g) $y = -3x - 12$

h) $y = \frac{1}{2}x - 3$

46) A reta $3x-2y-5=0$ passa pelo ponto:

a) (1, 1)

b) (1, -1)

c) (-1, 1)

d) (0, 1)

e) (-1, 0)

47) Determinar a raiz das seguintes funções:

a) $f(x) = x - 3$

b) $f(x) = -x - 4$

c) $f(x) = 2x - 8$

d) $f(x) = -4x + 12$

e) $f(x) = x + \frac{2}{3}$

f) $f(x) = 2x - \frac{4}{5}$

g) $f(x) = -x$

48) Estudar o sinal das seguintes funções:

a) $f(x) = x + 3$

b) $f(x) = -x + 4$

c) $f(x) = 2x - 6$

d) $f(x) = -4x - 4$

e) $f(x) = 2x - 3$

f) $f(x) = -3x + 9$

g) $f(x) = -x$

Função do 2º Grau

A função do 2º grau, também denominada função quadrática, é definida pela expressão do tipo:

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a, b e c são constantes reais e $a \neq 0$.

Exemplos:

a) $y=x^2+3x+2$ (a=1; b=3; c=2)

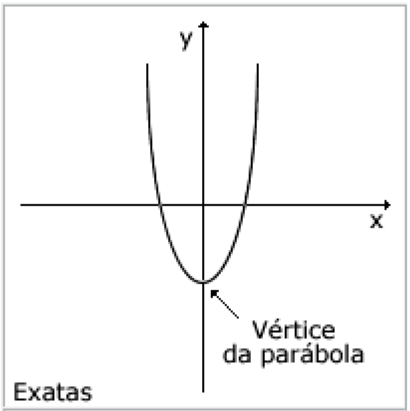
b) $y=x^2$ (a=1; b=0; c=0)

c) $y=x^2-4$ (a=1; b=0; c=-4)

Gráfico de uma função do 2º grau:

O gráfico de uma função quadrática é uma parábola

Sua representação gráfica é dada em torno de eixos:



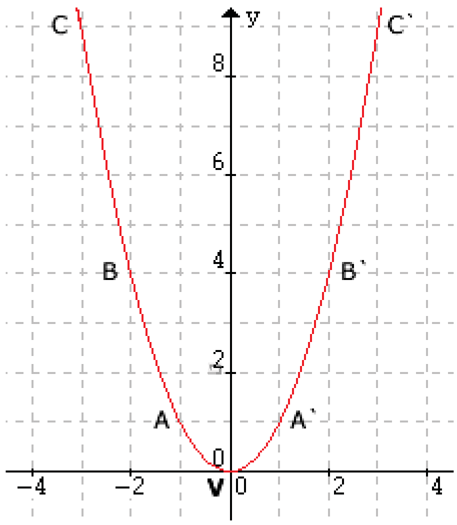
Representação gráfica

Exemplo:

Construa o gráfico da função $y=x^2$:

Como na função do 1º grau, basta atribuir valores reais para x, obtemos seus valores correspondentes para y.

x	$y=f(x)=x^2$
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9



Notem que os pontos: A e A´, B e B´, C e C´ são simétricos (estão a mesma distância do eixo de simetria). O ponto V representa o vértice da parábola, é a partir dele que determinamos todos os outros pontos.

Coordenadas do vértice

A coordenada x do vértice da parábola pode ser determinada por $x = \frac{-b}{2a}$.

Exemplo: Determine as coordenada do vértice da parábola $y=x^2-4x+3$

Temos: a=1, b=-4 e c=3

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2.1} = 2$$

Logo, a coordenada x será igual a 2, mas e a coordenada y?

Simples: Vamos substituir o valor obtido da coordenada x e determinar o valor da coordenada y.

Assim, para determinarmos a coordenada y da parábola $y=x^2-4x+3$, devemos substituir o valor de x por 2.

$y = (2)^2-4.(2)+3 = 4-8+3=-1$

Logo, as coordenadas do vértice serão V=(2,-1)

Portanto, para determinarmos as coordenadas do vértice de uma parábola, achamos o valor da coordenada x (através de $x = \frac{-b}{2a}$) e substituindo este valor na função, achamos a coordenada y!!!

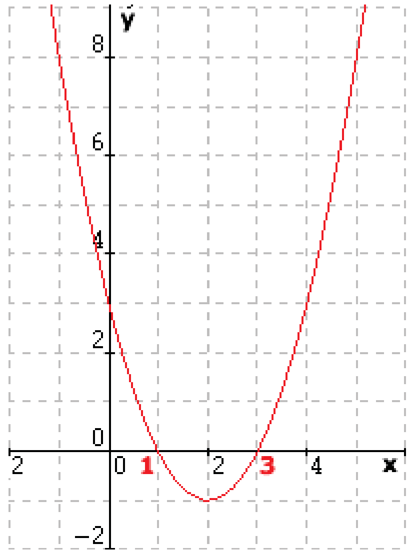
Raízes (ou zeros) da função do 2º grau

Denominam-se raízes da função do 2º grau os valores de x para os quais ela se anula.

y=f(x)=0

Exemplo: na função $y=x^2-4x+3$, que acima acabamos de determinar as coordenadas de seus vértices, as raízes da função serão x=1 e x=3.

Vejamos o gráfico:



Notem que quando x=1 e x=3, a parábola intercepta ("corta") o eixo x.

Como determinar a raiz ou zero da função do 2º grau?

Simplesmente aplicando a resolução de equações do 2º grau.

Exemplo: determine a raiz da função $y=x^2+5x+6$:

Fazendo y=f(x)=0, temos $x^2+5x+6=0$

Agora basta resolver a equação aplicando a fórmula de Bháskara.

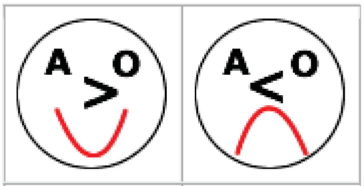
$x^2+5x+6=0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Acharemos que x = -2 e x= -3.

Concavidade da parábola

Explicarei esta parte com um simples desenho.

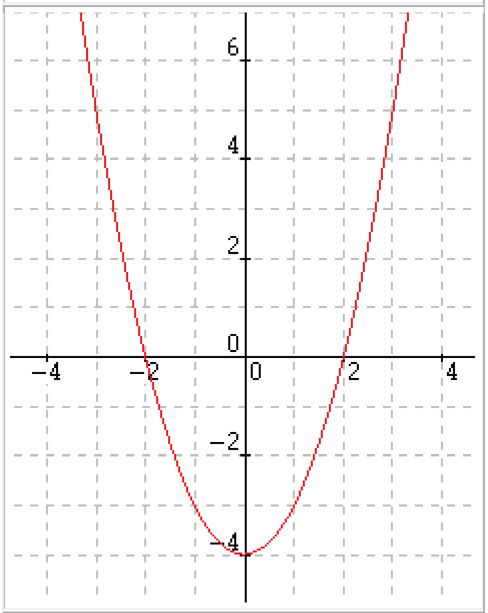


a>0	a<0

Os desenhos até que ficaram bonitinhos, mas isso não importa neste momento. O que nos importa agora é que quando a>0, a concavidade da parábola está voltada para cima (carinha feliz) e quando a<0, a parábola está voltada para baixo (carinha triste).

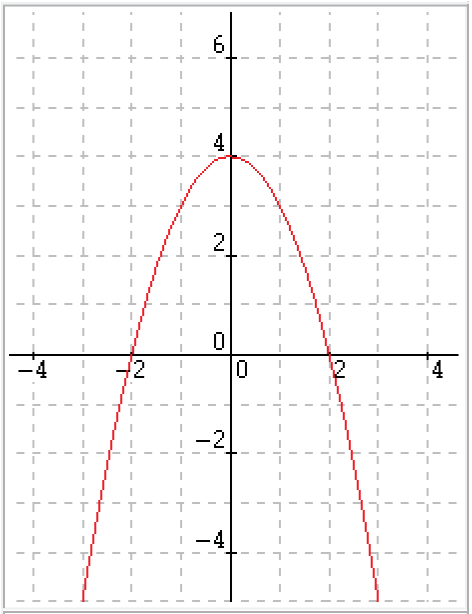
Exemplos:

$y = f(x) = x^2 - 4$



a = 1 >0

$y = f(x) = -x^2 + 4$



a = -1 < 0

Obs.: Quando a concavidade está voltada para cima (a>0), o vértice representa o valor mínimo da função. Quando a concavidade está voltada para baixo (a<0), o vértice representa o valor máximo.

Quando o discriminante é igual a zero

Quando o valor de $\Delta = b^2 - 4ac$, o vértice a parábola encontra-se no eixo x. A coordenada y será igual a zero.

Exemplo: $y=f(x)=x^2+2x+1$

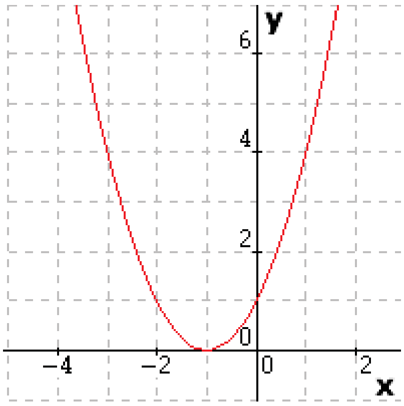
$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4.1.1 = 4 - 4 = 0$$

$$x = \frac{-b}{2a} = -1$$

As coordenadas do vértice serão $V = (1,0)$.

Gráfico:



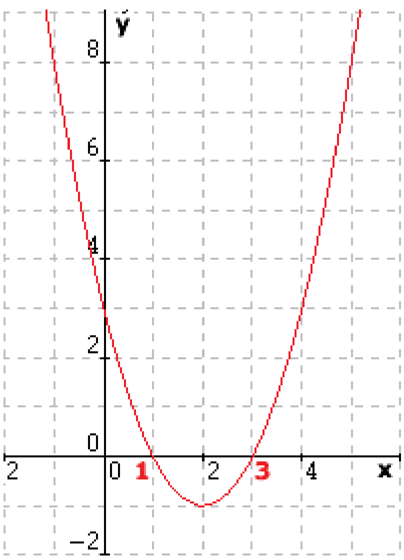
Quando o discriminante é maior que zero

Quando o valor de $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, a parábola intercepta o eixo x em dois pontos. (São as raízes ou zeros da função vistos anteriormente).

Exemplo: y = f(x) = x^2-4x+3

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4.1.3 = 16 - 12 = 4 > 0$$
$$x = 1, x = 3$$

Gráfico:



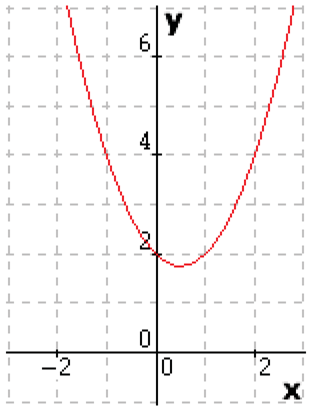
Quando o discriminante é menor que zero

Quando o valor de $x^2 - 4x + 3 < 0$, a parábola não intercepta o eixo x. Não há raízes ou zeros da função.

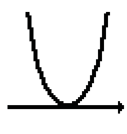
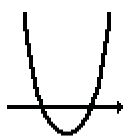
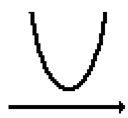
Exemplo: y = f(x) = x^2-x+2

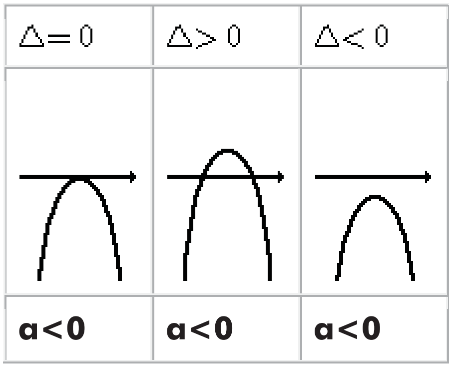
$$x^2 - x + 2 = 0$$
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.1.2 = 1 - 8 = -7 < 0$$

Gráfico:



Resumindo:

$\Delta = 0$	$\Delta > 0$	$\Delta < 0$
		
a>0	**a>0**	**a>0**



Esboçando o gráfico

Para finalizarmos, vamos desenhar o gráfico da função $y=-x^2-4x-3$.

1ª etapa: Raízes ou zeros da função

$-x^2-4x-3=0$
Aplicando a fórmula de Bháskara $x=-1$, $x`=-3$

2ª etapa: Coordenadas do vértice

Coordenada x (=-b/2a): -(-4)/2.(-1)=-2

Coordenada y: Basta substituir o valor de x obtido na função $y = -x^2-4x-3 = -(-2)^2-4.(-2)-3 = -4+8-3 = 1$

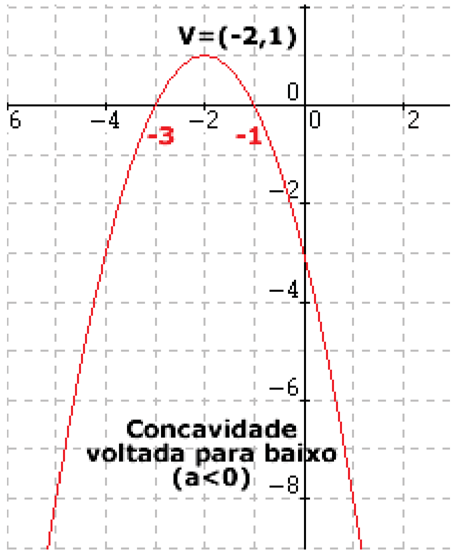
Portanto, V=(-2,1)

3ª etapa: Concavidade da parábola

$y=-x^2-4x-3$

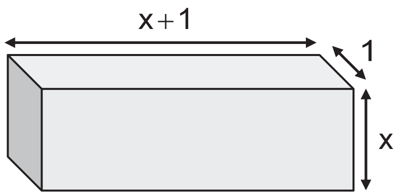
Como a=-1<0, a concavidade estará voltada para baixo.

Feito isso, vamos esboçar o gráfico:

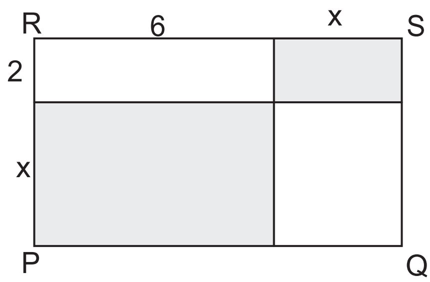


EXERCÍCIOS

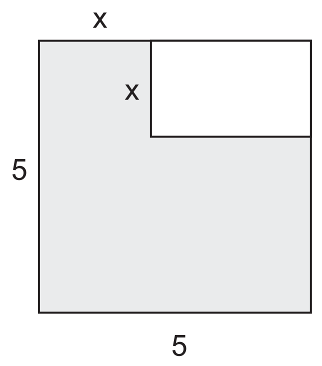
42) O volume y do paralelepípedo abaixo é dado em função da medida x indiada na figura. Qual é a fórmula matemática que define essa função?



43) A área y do retângulo RSPQ da figura abaixo é dada em função da medida x indicada na figura. Nessas condições, escreva a fórmula matemática que define essa função.



44) A área y da região colorida na figura abaixo é dada em função da medida x indicada na figura. Nessas condições, escreva a fórmula matemática que define essa função.



45) Dada a função $y = x^2 - 15x + 26$, determine a imagem do número real 10 pela função.

46) Dada a função definida por $y = 3x^2 - 1$, determine a imagem do número real $2\sqrt{5}$ pela função.

47) Qual é o número real x cuja imagem é –2 pela função $y = x^2 - 15x + 24$?

48) A soma y dos x primeiros números positivos é uma função definida pela fórmula matemática $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$. Nessas condições, determine:

a) a soma dos 40 primeiros números inteiros positivos.

b) a quantidade x de números inteiros positivos quando a soma é 210.

49) Dadas as seguintes funções, dê as coordenadas do vértice, organize uma tabela conveniente e faça o gráfico de cada função no plano cartesiano:

a) $y = x^2 - 1$

b) $y = -x^2$

c) $y = x^2 + 2x - 8$

d) $y = x^2 - 2x$

e) $y = x^2 - 2x + 4$

f) $y = -x^2 + 6x - 9$

50) Determine, algebricamente, os zeros de cada uma das seguintes funções do 2° grau.

a) $y = x^2 - 25$

b) $y = x^2 - 10x + 21$

c) $y = -x^2 + 6x$

d) $y = x^2 + 4x + 8$

e) $y = x^2 + 10x + 25$

f) $y = -x^2 + x + 6$

g) $y = 9x^2 - 1$

h) $y = x^2 - 9x - 22$

i) $y = -4x^2 + 4x - 1$

51) Verifique se a parábola que representa o gráfico de cada uma das seguintes funções corta ou não o eixo x:

a) $y = x^2 - 2x - 24$

b) $y = x^2 - 6x + 9$

c) $y = -x^2 + 9x - 14$

d) $y = x^2 - 7x + 13$

52) Sem fazer o gráfico, determine as coordenadas (x, y) dos pontos em que a parábola que representa cada uma das funções corta o eixo x:

a) $y = x^2 - 7x + 10$

b) $y = 3x^2 - 7x + 4$

c) $y = -x^2 + 25$

d) $y = 2x^2 - 2x - 1$

e) $y = -6x^2 + x + 1$

f) $y = -x^2 - 14x - 49$

g) $y = 7x^2 - 2x$

h) $y = -5x^2 + 4x + 1$

53) Sem fazer o gráfico e observando apenas o coeficiente a, verifique se a parábola que representa o gráfico de cada uma das seguintes funções tem concavidade voltada para cima ou para baixo:

a) $y = x^2 - 2x + 1$

b) $y = -3x^2 + 1$

c) $y = -\frac{1}{2}x^2$

d) $y = 8x^2 - 19x$

BIBLIOGRAFIA

Apostilas - Colégio e Curso Martins - 8º E 9º ANOS - 2007

Apostilas - Centro Educacional Da Lagoa - 6º E 7º ANOS - 2006

www.somatematica.com.br

www.sosmatematica.com.br

www.matematicamuitofacil.com

Silveira, Ênio, 1958 – Matemática contextualizada: 6º ano: ensino fundamental/Ênio Silveira, Cláudio Marques. – Recife: Ed. Construir, 2006.

Silveira, Ênio, 1958 – Matemática contextualizada: 7º ano: ensino fundamental/Ênio Silveira, Cláudio Marques. – Recife: Ed. Construir, 2006.

Silveira, Ênio, 1958 – Matemática contextualizada: 8º ano: ensino fundamental/Ênio Silveira, Cláudio Marques. – Recife: Ed. Construir, 2006.

Silveira, Ênio, 1958 – Matemática contextualizada: 9º ano: ensino fundamental/Ênio Silveira, Cláudio Marques. – Recife: Ed. Construir, 2006.