Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”

UNIGRANRIO

Carlos José Borges Delgado

O ENSINO DA FUNÇÃO AFIM A PARTIR DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Duque de Caxias

2010

Carlos José Borges Delgado

O ENSINO DA FUNÇÃO AFIM A PARTIR DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Dissertação apresentada à Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy", como parte dos requisitos parciais para obtenção do grau de mestre em Ensino das Ciências na Educação Básica.

Área de Concentração: Ensino de Matemática

Orientadora: Profª Drª Clicia Valladares Peixoto Friedmann
Co-Orientadora: Profª Drª Jacqueline de Cassia Pinheiro Lima.

Duque de Caxias

2010

CATALOGAÇÃO NA FONTE/BIBLIOTECA - UNIGRANRIO

D352e Delgado, Carlos José Borges.
O ensino da função afim a partir dos registros de representação semiótica / Carlos José Borges Delgado. - 2010.
152 f. : il. ; 30 cm. + apêndice

Dissertação (mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy", Escola de Educação, Ciências, Letras, Artes e Humanidades , 2010.
"Orientadora: Prof.ª Clícia Valladares Peixoto Friedmann,"
"Co- orientadora: Prof.ª Jacqueline de Cassia Pinheiro Lima."
Bibliografia: f. 90-94

1. Educação. 2. Matemática – Ensino Médio. 3. Função Afim. 4. Representação Semiótica. 5. Conversão Matemática. I. Friedmann, Clicia Valladares Peixoto. II. Lima, Jacqueline de Cassia Pinheiro. III. Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy". IV. Título.

CDD - 370

Carlos José Borges Delgado

O ENSINO DA FUNÇÃO AFIM A PARTIR DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Dissertação apresentada à Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy", como parte dos requisitos parciais para obtenção do grau de mestre em Ensino das Ciências na Educação Básica.

Área de Concentração: Ensino de Matemática

Aprovada em: 13 de setembro de 2010.

Banca Examinadora:

Profª Drª Clicia Valladares Peixoto Friedmann (Orientadora)
Universidade do Grande Rio - UNIGRANRIO

Profª Drª Jacqueline de Cassia Pinheiro Lima (Co-Orientadora)
Universidade do Grande Rio - UNIGRANRIO

Profª Drª Claudia Coelho de Segadas Vianna
Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ

Prof Dr Hamilton Simões da Silva Filho
Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ

Prof Dr Abel Rodolfo Garcia Lozano
Universidade do Grande Rio - UNIGRANRIO

À minha mãe, Maria José (in memoriam), saudades eternas.

À minha esposa, Mariza, pelo total apoio e inestimável paciência, parceria e compreensão pela ausência em muitos momentos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por permitir uma vida de caminhadas com saúde, paz, felicidades e realizações.

À Profª Drª Clícia Valladares Peixoto Friedmann, orientadora, pela permanente presença, paciência e contribuições durante a realização desse trabalho.

À Profª Drª Jacqueline de Cássia Pinheiro Lima, co-orientadora, pelas valiosas contribuições na estrutura e formatação desse trabalho.

Aos Prof^{s} Dr^{s} Abel Rodolfo Garcia Lozano, Claudia Coelho de Segadas Vianna e Hamilton Simões da Silva Filho, componentes da minha banca, pela atenção e sugestões dadas.

Aos professores do Mestrado da UNIGRANRIO, Alexandre Bento, Cristina Novikoff, Hebert Martins, Renato da Silva, Wilma Pinto (coordenadora) e, em especial, minhas orientadoras e o Prof. Abel Rodolfo Garcia Lozano, pelos ensinamentos adquiridos.

Aos meus colegas de mestrado: Ana Paula, Andrea, Celso, Clailton, Gessé, Leonardo, Marcia, Willian, Willis e, em especial, José Carlos e Nelson.

Às Sr^{as} Fabiane e Denise, secretárias do curso, pela atenção dispensada.

À prof^{a} Gezilmara Nazário, diretora, pelo apoio e incentivo no desenvolvimento das atividades de pesquisa junto aos alunos.

Às prof^{as} Marta Valéria Vita e Marta Lúcia Cabral, pela revisão da parte textual e da língua inglesa, respectivamente.

Aos amigos da E.M. Coronel Eliseu, C.E. Paulo Freire e UFRJ que me incentivaram e ajudaram para a realização deste trabalho.

Por fim, agradeço a todos que, direta ou indiretamente, fizeram parte desta pesquisa, cujos nomes não citei e, espero, me entendam e perdoem por não citá-las.

Queira
Basta ser sincero e desejar profundo
Você será capaz de sacudir o mundo, vai
Tente outra vez

Tente
E não diga que a vitória está perdida
Se é de batalhas que se vive a vida
Tente outra vez

Raul Seixas

RESUMO

Trata-se de um estudo de caso, que tem como objetivo avaliar as dificuldades de ensino e aprendizagem da função afim aos alunos do 1ª ano do Ensino Médio da Rede Pública Estadual na cidade do Rio de Janeiro – RJ. O trabalho foi desenvolvido, por meio de atividades, junto a três turmas da qual o autor foi o professor, num total de cento e treze alunos participantes efetivos. Foram realizadas dez atividades, com algumas delas subdivididas, perfazendo um total de vinte e cinco itens. O objetivo principal foi a verificação de quais transformações por conversão entre os diferentes registros de representação da função afim (língua natural, expressões algébricas, tabelas de valores e forma gráfica) os alunos possuem maiores dificuldades e facilidades. Para tanto, tomou-se o cuidado de se colocar nas atividades, pelo menos, duas diferentes formas de representação seguindo as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN´s) do Ensino Médio. O referencial teórico foi pautado no “estudo dos registros de representação semiótica para a aprendizagem matemática”, desenvolvido por Raymond Duval, e serviram também de base na proposta de se diversificar os procedimentos metodológicos utilizados no ensino de função afim. Procurou-se responder ao final a seguinte pergunta: A utilização dos Registros de Representações Semióticas auxiliou no ensino e compreensão de suas várias representações?

A escolha do tema “função afim”, em detrimento aos outros tipos de função matemática estudados no 1º ano do Ensino Médio, é por ser esta a primeira trabalhada com os alunos, permitindo-se observar com maior nitidez as dificuldades de ensino e aprendizagem deste assunto.

Na execução deste trabalho foi explorada a multiplicidade de representações da função afim, ao se fazer com que os alunos realizassem tarefas que exigissem a conversão entre os registros, com a passagem da: a) língua natural para as formas algébrica, tabular e gráfica; b) forma algébrica para a forma tabular e vice-versa; c) forma algébrica para a forma gráfica e vice-versa e, d) forma tabular para a forma gráfica e vice-versa.

PALAVRAS-CHAVE: Educação, Função Afim, Função do 1º grau, Matemática – Ensino Médio, Representação semiótica, Conversão matemática.

ABSTRACT

This case study aims to evaluate the difficulties in teaching and learning of the affine function for students of the 1^{st} year of state high schools in Rio de Janeiro – RJ. The work was developed through activities prepared by the teacher and applied to three classes, being effective participants a total of one hundred and thirteen students. Ten activities were done but some of them were split, which resulted in a total of twenty-five items. The main objective was to verify from which changes on conversion among different registers of representation of the affine function (natural language, algebraic expressions, tables, and graphical form) students have more difficulties and facilities. To do so, the teacher included at least two different forms of representation in the activities, following the guidelines of the National Curriculum Parameters (NCP's) to High School. The theoretical framework was based on the "study of registers of semiotic representation for learning math," developed by Raymond Duval, and they were also a basis for the proposal to diversify the methodological procedures used in teaching linear functions. We tried to answer the following question: Has the use of registers of semiotic representations helped the teaching and understanding of their various representations?

The theme affine function was chosen rather than the other types of mathematical function studied in the 1st year of high school because this is the first function taught to students, which allows us to observe more clearly the difficulties in teaching and learning this subject.

In conducting this study we explored the variety of representations of the affine function, so that students could perform tasks that required conversion between registers with changes from: a) natural language to algebraic, tabular, graphic forms, b) algebraic form to the tabular form and vice versa; c) algebraic form to the graphical form and vice versa, and d) tabular form to the graphic form and vice versa.

KEYWORDS: Education, Affine Function, Polynomial function of the first degree, Mathematics - high school, Semiotic representation, Mathematical conversion.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES
Figuras

LISTA DE ILUSTRAÇÕES
Quadros

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CEFET – Centro Federal de Educação Tecnológica

PCN – Parâmetro Curricular Nacional

PUC – Pontifícia Universidade Católica

UEC – Universidade Estadual do Ceará

UEL – Universidade Estadual de Londrina

UEM – Universidade Estadual de Maringá

UFC – Universidade Federal do Ceará

UFES – Universidade Federal do Espírito Santo

UFMA – Universidade Federal do Maranhão

UFMS – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

UFMT – Universidade Federal de Mato Grosso

UFPA – Universidade Federal do Pará

UFPE – Universidade Federal de Pernambuco

UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro

UFRN – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina

UFU – Universidade Federal de Uberlândia

UNESP – Universidade Estadual Paulista

UNIBAN – Universidade Bandeirante de São Paulo

UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas

UNIRIO – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

USP – Universidade de São Paulo

USU – Universidade Santa Úrsula

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O ensino e aprendizagem da matemática não é uma tarefa simples, tanto para quem ensina quanto para quem aprende. Desde os primeiros anos do ensino fundamental, estendendo-se por todo ciclo básico e também pelo ensino superior, a matemática costuma ser responsável por muitos obstáculos e desafios a serem transpostos pelos alunos. A causa ? Difícil de se responder, pois não é apenas uma e, possivelmente, não será encontrado um consenso de todas as causas que contribuem para que isto ocorra.

A procura de tal resposta não é o escopo principal desta dissertação, mas ela está intimamente ligada ao seu tema: "funções matemáticas", ou, mais precisamente, às várias representações da função afim ou, da função polinomial do 1º grau.

A ideia deste estudo vem da preocupação do autor em lidar com a crescente dificuldade apresentada pelos alunos na aprendizagem de "funções matemáticas". A cada ano percebe-se nos alunos uma resistência ou até mesmo uma insegurança em se trabalhar qualquer uma de suas representações. Para eles não é simples a construção de uma tabela de valores, com poucos elementos, e torna-se quase intransponível quando trabalham a passagem da forma escrita para a forma algébrica. A busca de uma proposta, no processo de ensino do tema, que possibilite minimizar este abismo é o foco principal deste trabalho.

Uma das causas das dificuldades apresentadas pelos alunos é a abstração exigida quando se lida com as representações algébricas. O desenvolvimento desta capacidade de abstração não é fácil de se construir porque muitos alunos não têm esse hábito, ou simplesmente nem sabem como desenvolver tal habilidade. O estigma de que a matemática é uma ciência exata traz a ideia errônea de que ela trabalha apenas no campo do concreto enquanto o campo abstrato é extremamente útil e necessário.

Assim, percebe-se que as limitações apresentadas pelos alunos do Ensino Médio em lidar com função matemática são semelhantes às ocorridas com os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental quando trabalham na construção de equações numéricas porque em ambos a abstração é fundamental.

Além disso, a “função matemática” por ser um conteúdo que possibilita diversas representações (língua natural, forma algébrica, forma tabular e forma gráfica), também envolve mais de um campo da matemática: álgebra e geometria, o que traz dificuldades adicionais em seu estudo.

Por fim, a escolha do tema “função afim”, em detrimento aos outros tipos de função matemática estudados no 1º ano do Ensino Médio, quais sejam: funções quadrática, exponencial, logarítmica e modular, dá-se por ser a função afim a primeira a ser trabalhada com os alunos, permitindo-se observar com maior nitidez as dificuldades de ensino e aprendizagem deste assunto.

Esta dissertação está distribuída em quatro capítulos, sendo que um deles refere-se às conclusões, além de alguns apêndices.

No primeiro capítulo é apresentada a relevância do tema escolhido, um breve relato histórico e as dificuldades no seu ensino. Optou-se por dividi-lo em três seções para facilitar a apresentação do tema. Na primeira, apresenta-se um levantamento das dissertações e teses defendidas sobre funções nesta última década (2000 a 2009); o resultado de algumas pesquisas já realizadas; os objetivos do ensino de funções matemática, segundo os PCN’s; e por último a utilização da contextualização e a da interdisciplinaridade como facilitadores no seu ensino. Na segunda seção, apresenta-se um breve levantamento histórico sobre a evolução do conceito de função a partir do século XVI. Na última seção são feitas algumas considerações sobre as dificuldades do ensino de função, principalmente em suas diversas formas de representações, seja no campo algébrico como no geométrico.

No segundo capítulo é apresentado o referencial teórico escolhido para o desenvolvimento desta dissertação. Está subdividido em três seções. Na primeira são feitas as considerações iniciais sobre o porquê da escolha dos registros de representação semiótica como linha de referencial teórico. Na segunda seção, apresenta-se o significado e a importância da representação semiótica para a evolução do ser humano. Por último, na terceira seção mostram-se alguns aspectos do estudo dos registros de representação semiótica, de Raymond Duval, para a aprendizagem matemática.

No terceiro capítulo há duas seções. Na primeira, encontra-se a metodologia desenvolvida para a coleta dos dados, envolvendo: objetivos; local e os alunos participantes da pesquisa; material entregue aos alunos; a forma de avaliação. Em seguida, na segunda seção, são mostradas todas as atividades trabalhadas em sala de aula com a apresentação do: objetivo; enunciado; análise dos resultados; quadro demonstrativo do desempenho de cada uma das turmas separadamente e em conjunto.

Por último são apresentadas as Conclusões Finais, onde se colocam as maiores dificuldades de conversão e/ou tratamento na resolução de cada uma das atividades e no geral, sugestões de trabalho em sala de aula e, se o uso do registro de representação semiótica e da contextualização auxiliou no ensino da função afim.

Além disso estão disponíveis nos apêndices os materiais de apoio (apostilas) trabalhados e todas as respostas dos alunos em cada uma das atividades.

CAPÍTULO1 – FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O objetivo deste capítulo é apresentar a relevância do tema escolhido "função matemática – função afim" através de um levantamento das dissertações e teses defendidas nesta última década (2000 a 2009) e do resultado de algumas pesquisas já realizadas.

Optou-se em dividir o capítulo em três seções para facilitar a apresentação do tema. A primeira seção trata dos objetivos do ensino de funções matemática, segundo os PCN's, a utilização da contextualização e da interdisciplinaridade. Na segunda, apresenta-se um breve levantamento histórico sobre o conceito de função a partir do século XVI. Por último, na terceira seção serão feitas algumas considerações sobre as dificuldades do ensino de função, principalmente em suas diversas representações, seja no campo algébrico como no geométrico.

A escolha do tema está relacionada primeiramente à experiência docente do autor; professor de matemática no ensino básico. Também se deve à importância que "função matemática" possui no ensino e na aprendizagem da matemática, com diversos trabalhos, dissertações e teses dedicadas ao tema que enfocam, entre outros aspectos, as dificuldades apresentadas pelos alunos no seu aprendizado, seja tanto nos enfoques teóricos quanto nos práticos. A relevância do assunto deve-se, entre outros aspectos, ao fato de que o estudo e aplicações de funções têm sido uma das maiores contribuições da matemática para as demais ciências pois muitos dos modelos que elas utilizam são descritos por meio de funções.

A partir de um levantamento realizado das dissertações e teses no Brasil sobre "função matemática", no período de 2000 a 2009, foi verificado que este tema, com evidência no ensino e aprendizagem, tem sido abordado com frequência, principalmente em:

- Enfoques didáticos, na procura de rotinas que facilitem o ensino do tema;
- Abordagens interdisciplinar ou contextualizada;
- Em levantamentos ou abordagens históricas;
- Na concepção de função por alunos, professores e em livros didáticos;
- Emprego de softwares existentes ou na construção de novos, mais específicos para trabalhar funções;
- Modelagem matemática.

As tabelas 1 e 2 mostram esse levantamento sobre “função matemática”; assunto que traz preocupação em todos os níveis de ensino (fundamental, médio e superior). Verifica-se um crescente interesse no tema; o que pode ser constatado pelo significativo número de dissertações e teses sobre funções na última década, sendo que a maioria delas se concentra nas regiões sudeste e sul, onde se localizam a maior parte dos cursos de pós-graduação. De um total de setenta e uma dissertações de mestrado nas áreas de educação, ensino de ciências e matemática, defendidas no período de 2000 a 2009, a região sudeste é representada por quarenta dissertações e a região sul por dezoito dissertações, o que equivale a quase oitenta e dois por cento do total. Em relação às teses de doutorado, das onze defendidas no país neste mesmo período, sete teses foram realizadas em instituições na região sudeste e as quatro restantes na região nordeste.

Ardenghi (2008), em sua dissertação de mestrado, apresenta um trabalho detalhado sobre as dissertações e teses defendidas sobre o tema no período de 1972 a 2005. Na tabelas 1 e 2, abaixo, encontram-se os dados relativos ao período de 2000 a 2005, que foram retirados de sua dissertação. Em relação ao período de 2006 a 2009 os dados foram obtidos no portal de periódicos da CAPES[1].

Ano	**Mest.**	**Dout.**	**Total M e D**	**Sudeste**	**Sul**	**Centro--Oeste**	**Nordeste**	**Norte**
2000	1	1	2	1M			1D	
2001	3		3	2M		1M		
2002	6		6	3M	2M	1M		
2003	6		6	5M	1M			
2004	4		4	3M	1M			
2005	8		8	3M	3M	1M		1M
2006	3	2	5	1M 2D	1M	1M		
2007	7	2	9	4M 1D	1M		2M 1D	
2008	14	4	18	8M 3D	2M	1M	3M 1D	
2009	19	2	21	10M 1D	7M		1M 1D	1M
Total	71M	11D	82	40M 7D	18M	5M	6M 4D	2M

Tabela 1: Distribuição das dissertações e teses defendidas, por região, sobre funções no período de 2000 a 2009.

[1] Portal da CAPES disponível no endereço: http://www.capes.gov.br/servicos/banco-de-teses

Ano	Mestrado			Doutorado
	Univ. Federais	**Univ. Estaduais**	**Univ. Particulares**	
2000			USU–RJ	UFRN
2001	UFRJ UFES		Univ Católica Goiás	
2002	UFSC (2) UFMT	UNESP – Bauru	PUC–SP PUC–RJ	
2003	CEFET–MG	UNESP – Rio Claro	PUC–SP (3) Univ Vale Itajaí–SC	
2004	UFSC UFES	UNESP – Bauru	PUC–SP	
2005	UFMA UFPA UFU	UEL (Londrina)	PUC–SP (2) PUC–RS (2)	
2006	UFMS		PUC–SP Univ Passo Fundo–RS	PUC–SP (2)
2007	UFPE (2)	UNESP–Rio Claro UNICAMP	PUC–SP (2) Centro Univ Franciscano–RS	UFPE PUC–SP
2008	UFRJ UFMT UFRN (2)	UEC (Ceará)	PUC – SP (5) PUC – Campinas Centro Univ Franciscano–RS Univ Luterana do Brasil–RS Univ Cruzeiro Sul – SP	UFPE USP–SP UNICAMP (2)
2009	UFPE UFRGS UFPA CEFET–MG	UEM (Maringá) UNESP–Rio Claro (2)	PUC – SP (4) PUC – RS (2) Centro Univ Franciscano–RS Univ Luterana do Brasil–RS Univ Cruzeiro Sul–SP UNIBAN–SP (2) Univ do Sul de Santa Catarina	UFC PUC–SP

Tabela 2: Distribuição das dissertações e teses defendidas, por instituição, sobre funções no período de 2000 a 2009.

Nesta dissertação procura-se analisar o desempenho de um grupo de alunos do Ensino Médio ao trabalharem com diferentes representações da Função Afim, tanto na parte teórica como na realização das tarefas, com a finalidade de verificar se a articulação entre as diversas representações ocorreu.

A escolha da função afim para essa pesquisa, dentre as estudadas no 1º ano do Ensino Médio (afim, quadrática, exponencial, logarítmica e modular) deveu-se ao fato de ser esta a primeira delas, permitindo observar com maior nitidez as dificuldades de ensino e aprendizagem deste assunto. Outro fator que influiu na escolha foi a possibilidade de se trabalhar cada uma de suas representações de forma sequencial (língua natural→algébrica→tabular→gráfica) e, por último, se havia a possibilidade de se observar os enfrentamentos dos alunos em relação à passagem de incógnita de uma equação para variável, o que não seria simples caso fosse escolhido outro tipo de função.

As tarefas propostas consistiram em uma série de exercícios nos quais os alunos trabalharam com, pelo menos, duas representações diferentes. Nestas tarefas estão presentes as transformações de tratamento e conversão e foram verificadas as habilidades dos alunos na manipulação destas transformações.

Também foi dada especial ênfase à elaboração dos exercícios e tarefas propostas, buscando-se trabalhar com a contextualização, aplicações em situações reais ou próximas delas ou situações que envolvam interdisciplinaridade.

Na próxima seção são apresentados os motivos pelos quais se decidiu utilizar a contextualização e a interdisciplinaridade na elaboração das tarefas. Também são colocados o pensamento de alguns pesquisadores e os referenciais contidos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN’s) do Ensino Médio em relação ao ensino da matemática.

1.1 FUNÇÕES MATEMÁTICAS: OBJETIVO DE SEU ENSINO, CONTEXTUALIZAÇÃO E INTERDISCIPLINARIDADE

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio) - Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, colocam como competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática:

> Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc); transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa; utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação; desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real; aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento. (BRASIL, MEC / SEMT, 2006, p. 46)

Observa-se também, nos PCN´s, uma relevante ênfase à busca da utilização da matemática no mundo real, que visa a formação de uma cultura mais ampla e um entendimento dos problemas sociais contemporâneos por parte dos alunos, quando é proposto:

> Os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo. (BRASIL, MEC / SEMT, 2006, p. 6)

> O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência. (BRASIL, MEC / SEMT, 2006, p. 43)

> Na perspectiva escolar, a interdisciplinaridade não tem a pretensão de criar novas disciplinas ou saberes, mas de utilizar os conhecimentos de várias disciplinas para resolver um problema concreto ou compreender um fenômeno sob diferentes pontos de vista. Em suma, a interdisciplinaridade tem uma função instrumental. Trata-se de recorrer a um saber útil e utilizável para responder às questões e aos problemas sociais contemporâneos. (BRASIL, MEC / SEMT, 2000, p. 21)

> A interdisciplinaridade supõe um eixo integrador, que pode ser o objeto de conhecimento, um projeto de investigação, um plano de intervenção. Nesse sentido, ela deve partir da necessidade sentida pelas escolas, professores e alunos de explicar, compreender, intervir, mudar, prever, algo que desafia uma disciplina isolada e atrai a atenção de mais de um olhar, talvez vários. (BRASIL, MEC / SEMT, 2000, p. 76)

Tem-se ainda que, dentre os objetivos centrais da matemática, no ensino médio, estão (BRASIL, MEC / SEMT, 2006, p. 42):

> • aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
>
> • desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
>
> • expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
>
> • estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
>
> • reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;

Por último, pode-se destacar que "os conteúdos matemáticos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real" (BRASIL, MEC / SEMT, 2006, p. 44).

Além dos PCN´s, a seguir são apresentadas as colocações de alguns docentes e pesquisadores sobre contextualização e interdisciplinaridade.

A contextualização é uma ferramenta útil no ensino da matemática pois:

> Contextualizar é o ato de colocar no contexto, ou seja, colocar alguém a par de alguma coisa; uma ação premeditada para situar um indivíduo em lugar no tempo e no espaço desejado. Pode também ser entendida como uma espécie de argumentação ou uma forma de encadear ideias". A contextualização é um ato particular. Cada autor, escritor, pesquisador ou professor contextualiza de acordo com suas origens, com suas raízes, com seu modo de ver as coisas com muita prudência. (TUFANO, 2001, p. 40)
>
> Não é mais possível apresentar a Matemática aos alunos de forma descontextualizada, sem levar em conta que a origem e o fim da Matemática é responder às demandas de situações-problema da vida diária. (FILIPPSEN, 2004, p. 15)
>
> A contextualização do conhecimento matemático em conteúdos de outras disciplinas é uma outra forma de mostrar a contribuição da Matemática na leitura dos diversos fenômenos naturais e sociais em que outras ciências se apresentam. (FERNANDES, 2009, p. 9)

Em relação a "funções matemáticas", a contextualização é de fundamental importância nas abordagens das diversas representações possíveis. Na vida diária, de fato, as funções são representadas de diferentes formas. Por exemplo, tabelas e gráficos são amplamente utilizados na mídia (jornais, televisão, internet) enquanto que fórmulas que envolvam funções são usadas no comércio, nas ciências, entre outros.

No que diz respeito à interdisciplinaridade, esta é normalmente compreendida apenas como uma interação entre as disciplinas, como mencionado em:

> A interdisciplinaridade consiste nisso, em utilizar os conhecimentos de várias disciplinas para resolver um problema ou compreender um determinado fenômeno sob diferentes pontos de vista. O objetivo é contribuir para a superação do tratamento isolado e fragmentado que caracteriza hoje o conhecimento escolar. (FERNANDES, 2009, p. 9)

> Do ponto de vista epistemológico, a interdisciplinaridade consiste no método de pesquisa e de ensino voltado para a interação em uma disciplina, de duas ou mais disciplinas, num processo que pode ir da simples comunicação de ideias até a integração recíproca de finalidades, objetivos, conceitos, conteúdos, terminologia, metodologia, procedimentos, dados e formas de organizá-los e sistematizá-los no processo de elaboração do conhecimento. (GONÇALVES, 1994, apud BORDONI 2002).

> A interdisciplinaridade se caracteriza pela intensidade das trocas entre os especialistas e pela integração das disciplinas num mesmo projeto de pesquisa.[...] numa relação de reciprocidade, de mutualidade, ou, melhor dizendo, um regime de co-propriedade, de interação, que irá possibilitar o diálogo entre os interessados. A interdisciplinaridade depende então, basicamente, de uma mudança de atitude perante o problema do conhecimento, da substituição de uma concepção fragmentária pela unitária do ser humano. (FAZENDA, 1993, p. 31).

Mas a interdisciplinaridade em matemática não se aplica apenas com o objetivo de interação entre disciplinas da educação básica. Ela tem uma aplicabilidade que transcende a este universo, pela sua própria natureza, o que permite que os conhecimentos matemáticos sejam aplicados em situações reais do cotidiano.

A citação abaixo do Centro de Referência Virtual do Professor (CRV–MG) salienta a abrangência da matemática e suas representações nas mais diversas áreas.

> A Matemática é bastante apropriada para realizar com sucesso tal empreendimento, uma vez que permite a aplicação de um mesmo modelo para tratar de fenômenos que ocorrem em cenários totalmente distintos. O estabelecimento dessas conexões requer o desenvolvimento de habilidades que envolvem tanto representação (usando, por exemplo, a linguagem simbólica, equações, diagramas ou gráficos) quanto a compreensão e investigação (ao formular questões, selecionar e interpretar informações e resultados) (CRV-MG, 2009).

> A interdisciplinaridade quer ser compreendida como uma metodologia didático-pedagógica que busca integrar diferentes saberes na intenção de construir conhecimentos integrados. Isso não quer dizer que os conhecimentos constituídos sobre as abordagens formativas percam sua especificidade, mas eles são repensados e elaborados tendo como base uma racionalidade que proporcione uma relação de equilíbrio entre as grandezas que formam a totalidade social (SCHUBERT, 2009, p. 9-10).

Não se deve esquecer também que um ponto importante da abrangência da interdisciplinaridade refere-se à sua aplicação dentro da própria matemática. Ela se faz necessária ou obrigatória em muitas situações; em especial no tema desta dissertação: “função afim”, ou melhor, na passagem e no reconhecimento de suas diferentes formas de representação.

> Interdisciplinaridade é um termo que não tem significado único, possuindo diferentes interpretações, mas em todas elas está implícita uma nova postura diante do conhecimento, uma mudança de atitude em busca da unidade do pensamento. Desta forma a interdisciplinaridade difere da concepção de pluri ou multidisciplinaridade, as quais apenas justapõe conteúdos”. (BORDONI, 2002)
>
> “A interdisciplinaridade favorece a contextualização do conteúdo e o impregna de sentido, promovendo a inter-relação dentro de uma mesma disciplina, favorecendo uma ruptura com as práticas tradicionais fragmentadas e isoladas da realidade do aluno. (BORDONI, 2008, p. 15)

Bordoni (2002) ainda expressa que a interdisciplinaridade favorece que as ações se traduzam na intenção educativa de ampliar a capacidade do aluno de:

- expressar-se através de múltiplas linguagens e novas tecnologias;
- posicionar-se diante da informação;
- interagir, de forma crítica e ativa, com o meio físico e social.

Observa-se que a importância de se trabalhar a contextualização e a interdisciplinaridade não dependem apenas do conteúdo que se está ensinando. É necessário ter a noção de que os resultados obtidos ao se trabalhar dessa forma podem e devem ser mais abrangentes que uma avaliação de aprendizagem em sala de aula. Entre os resultados há a formação de cidadãos com capacidade de entendimento, interação e inclusão em suas comunidades, principalmente, em um mundo globalizado que exige de todos uma inter-relação cada dia mais cedo.

Finalmente, seguindo as orientações do PCN’s e as colocações dos pesquisadores acima mencionados, procurou-se, através deste trabalho, uma metodologia que permitisse aliar conceitos matemáticos com aplicações práticas a fim de fornecer ao aluno uma melhor compreensão das relações existentes entre as diferentes representações de função afim: língua ou linguagem natural, expressões algébricas, tabelas de valores e gráficos.

Desta maneira desejou-se, a partir das atividades desenvolvidas pelos alunos das três turmas do 1º ano do Ensino Médio envolvidas nesta dissertação, responder a duas questões, em relação ao ensino de função afim:

- A utilização dos Registros de Representações Semióticas auxilia no ensino e compreensão de suas várias representações ?
- A proposta de se trabalhar situações-problema de forma contextualizada e interdisciplinar contribui para uma aprendizagem mais significativa do conteúdo ?

Na próxima seção será apresentada a evolução que o tema “funções matemáticas” teve ao longo últimos dos séculos, principalmente a partir do séc. XVI; sua importância em relação às ciências; a contribuição de alguns matemáticos e, algumas definições do conceito função neste período.

1.2 BREVE RELATO HISTÓRICO SOBRE O CONCEITO DE FUNÇÃO[2]

Este breve relato histórico tem como objetivo apresentar alguns acontecimentos no desenvolvimento da matemática que influenciaram o conceito de função e suas representações, ao longo dos últimos séculos. As informações a seguir foram retiradas de várias fontes: Eves (1995), Boyer (2003), Sá (2003), Moura (2004), Palaro (2008) e Rezende (2008).

A evolução do conceito de função, em geral, está associada aos problemas que ocupavam os matemáticos em diferentes épocas, independentemente de seu enfoque gráfico ou algébrico, principalmente a partir do século XVI. Estas transformações trouxeram contribuições importantes para as diversas áreas da ciência, como também foram responsáveis para uma ampla ramificação de diferentes campos da matemática.

Optou-se por começar este relato no séc. XVI por ser o período no qual ocorreu a introdução do método analítico[3] na definição de função, o que contribuiu de forma decisiva, para a evolução da Matemática.

Os séculos XVI e XVII tiveram algumas contribuições significativas para o estudo de funções tais como: o surgimento da linguagem algébrica e novas descobertas na física e na matemática que impulsionaram a álgebra, a geometria e contribuíram para o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral.

A seguir são citadas algumas dessas contribuições relativas ao século XVI que, mesmo de forma implícita, provavelmente, foram o primeiro passo na padronização da linguagem matemática com o surgimento da utilização de vogais, de consoantes, do conceito de função e da relação entre variáveis.

François Viète (1540-1603) em seu trabalho *In Artem Analitycum Isogoge* introduziu a prática de usar vogais e consoantes para representar, respectivamente, incógnitas e constantes (Eves, 1995, p. 309).

Já Galileu Galilei (1564-1642) tinha como principal interesse entender como os fenômenos ocorriam, com o intuito de descrever as mudanças da natureza. Foi

[2] Os primeiros registros de resoluções de equações de 1º grau remontam a 2000 a.C. aos Egípcios, através do papirus de Ahmés e, aos Babilônicos. É desta época também a construção de tabelas. Os babilônicos construíram tabelas em argila e os egípcios, na maioria das vezes, em papiros. Segundo BOYER (2003) estas tabelas apresentavam o resultado de investigações empíricas, ou na melhor das hipóteses, generalizações que eram o resultado da indução incompleta de casos mais simples para casos mais complicados. Destacamos também o empirismo de Aristóteles e a geometria de Euclides, que foram consideradas verdades absolutas na matemática até o século XVI.

[3] Tem como princípio partir de uma situação simples (ou particular) até se chegar ao universal.

com o estudo do movimento de um corpo em queda livre que este cientista estabeleceu uma relação entre variáveis, o qual contribuiu para a “ideia” de função. Galileu porém não formalizou explicitamente a palavra função.

Segundo Eves (1995, p. 348), Thomas Harriot (1560-1621), fundador da escola de algebristas ingleses, em seu trabalho *Artis analyticae práxis*, trata em grande parte da teoria das equações, que está intimamente relacionada às funções.

As importantes contribuições surgidas no século XVI foram fundamentais para o surgimento de função como conceito; no entanto, ela só será objeto de estudo em matemática a partir do século XVII. A seguir, são apresentadas as principais contribuições na área de funções do séc. XVII.

Os principais responsáveis pelo surgimento de função como conceito foram René Descartes (1596-1650) em seu trabalho *O Discours*, com seus apêndices, e Pierre de Fermat (1601-1665) em seu artigo *Isogoge ad Locus Planos et Solidos*. No início daquele século Descartes e Fermat desenvolveram separadamente as bases teóricas da geometria analítica, utilizando o método analítico para fazer a relação de dependência funcional entre quantidades variáveis. Essa contribuição dos dois matemáticos caracterizou uma revolução no desenvolvimento da matemática, uma vez que, segundo Palaro (2008, p. 2), “a utilização de expressões analíticas e as operações que as produzem a partir de regras específicas, conferem ao estudo das funções um caráter de verdadeiro cálculo”. E, conforme afirma Youschkevitch (1981, p. 9) “o método analítico para expressar dependência funcional se tornou tão eficiente que a noção de função passou a assumir um lugar central em todas as ciências exatas”. Foi em 1637 que René Descartes utilizou a convenção atual de usar, respectivamente, as primeiras letras do alfabeto para representar as constantes e as últimas para incógnitas.

Isaac Newton (1642-1727) aproximou-se do conceito atual de função com a utilização dos termos "*relatia quantias*" para designar variável dependente, e "*genita*" para designar uma quantidade obtida a partir de outras por intermédio das quatro operações aritméticas fundamentais. Seu principal trabalho em teoria de equações foi *Arithmetica universalis*.

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) usou o termo função com significado puramente geométrico, para designar qualquer das variáveis geométricas associadas com uma dada curva. Introduziu igualmente a terminologia de constante, variável e parâmetro.

A família Bernoulli se destacou na história da matemática pela produção de muitos matemáticos célebres, principalmente os irmãos Jacques Bernoulli (1654-1705) e Jean Bernoulli (1667-1748). Jean, em seu artigo na revista *Acta Eruditorum*, definiu: "função de uma magnitude variável à quantidade composta de alguma forma por esta magnitude variável e por constantes". (SÁ, 2003, p. 86).

No século XVIII o desenvolvimento das funções matemáticas, em suas diversas áreas, se consolidou como base teórica. Abaixo estão citadas algumas das contribuições sobre funções do séc. XVIII.

Leonhard Euler (1707-1783), ex-aluno de Bernoulli, substituiu o termo "quantidade" por "expressão analítica". Considerou função como uma equação ou fórmula qualquer envolvendo variáveis e constantes. Foi ele quem introduziu a notação f(x). Segundo Boyer (2003, p. 305) "De 1727 a 1783 a pena de Euler esteve ocupada aumentando os conhecimentos disponíveis em quase todos os ramos da matemática, pura e aplicada, dos mais elementares aos mais avançados" e ainda que "Euler escrevia na linguagem e notação que usamos hoje, pois nenhum outro indivíduo foi tão grandemente responsável pela forma da matemática de nível universitário de hoje quanto Euler, o construtor de notação mais bem sucedido em todos os tempos".

Jean Le Rond D'Alembert (1717-1783) em sua equação da onda para cordas vibrantes $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ define *u* como uma função de duas variáveis (x, t), sendo $u = f(x+t) + g(x-t)$ onde *f* e *g* são funções arbitrárias. (BOYER, 2003, p. 312)

Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) em seu trabalho *Théorie des Fonctions Analytiques* define: "Chama-se função de uma ou de várias quantidades a toda expressão de cálculo na qual essas quantidades entrem de alguma maneira, combinadas ou não com outras quantidades cujos valores são dados e invariáveis, enquanto que as quantidades da função podem receber todos os valores possíveis. Assim, nas funções são consideradas apenas as quantidades assumidas como variáveis e são as constantes que aparecem combinadas a elas". (MENDES, 1994, p. 37-38).

Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) destaca-se com seus estudos sobre a propagação do calor. Afirmou que uma "função qualquer, não importa quão caprichosamente seja definida no intervalo (-π,π), pode ser representada neste intervalo por uma série trigonométrica". (EVES, 1995, p. 526)

Ao longo do Século XIX, os matemáticos começaram a formalizar diferentes ramos da matemática e usaram, para tal, a Teoria dos Conjuntos; obtendo definições dos objetos matemáticos em termos de conjuntos e suas relações. A seguir são citadas algumas das contribuições sobre funções do séc. XIX.

Lejeune Dirichlet (1805-1859), na tentativa de dar uma definição ampla à função, a definiu como "Se uma variável y está relacionada com uma variável x de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a x, existe uma regra segundo a qual um valor único de y fica determinado, então diz-se que y é função da variável independente x." Boyer (2003, p. 352). A variável x é chamada independente e a variável y é chamada de variável dependente". (EVES, 1995, p. 538).

Karl Theodor Wilhelm Weierstrass (1815-1897) deu contribuições valiosas à Teoria das Funções Complexas por meio de séries de potências.

A Teoria dos Conjuntos, que teve sua origem nos trabalhos de Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845-1918), mostrou-se de importância especial na Topologia e nos fundamentos das Teorias das Funções Reais. Com isso, a Teoria de Conjuntos ampliou o conceito de função, o que permitiu a análise de relações entre dois conjuntos de elementos quaisquer, sejam eles numéricos ou não.

No século XX, um grupo de jovens matemáticos franceses fundou, em 1935, a Associação Bourbaki. Publicaram, em 1939, o primeiro livro da coleção *Théorie des ensembles (fascicule de résultats)*. Nele encontra-se a moderna definição de função:

> Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F chama-se relação funcional em y, ou relação funcional de E em F, se, qualquer que seja $x \in E$, existe um elemento y de F, e somente um, que esteja na relação considerada com x.
> Dá-se o nome de função à operação que associa a todo elemento $x \in E$ o elemento $y \in F$ que se encontra na relação dada com x; diz-se que y é o valor da função para o elemento x, e que a função está determinada pela relação funcional considerada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função. (BOURBAKI, 1939 *apud* MENDES, 1994, p. 53-54)

Pode-se dizer que, desde o século XVI até a revolução estruturalista desencadeada pela Associação Bourbaki, houve diferentes modos de perceber o objeto matemático função, de utilizar ou enfatizar suas propriedades.

Em resumo, observa-se que o caráter geométrico[4] dado à função ao longo de muitos séculos passou a ter outro enfoque, a partir do século XVII, de caráter

[4] O comportamento de variáveis eram representadas e estudadas através das representações gráficas.

algébrico, no qual uma função pode ser expressa por meio de uma equação ou de uma expressão analítica, conforme definições apresentadas por Jean Bernoulli, Euler, D'Alembert e Lagrange. Entretanto, o caráter geométrico não foi descartado; passou a ser interpretado como uma relação entre variáveis (x,y), conforme definições de Leibniz e Fourier.

Finalmente, verifica-se um conjunto de definições de função mais próximo à atual, nos textos de Dirichlet e de Cantor, sendo que o último ampliou o conceito de função ao utilizar a Teoria dos Conjuntos. Assim, chega-se à definição atual com um caráter mais abrangente, como a descrita pela Associação Bourbaki, na qual não só a unicidade está presente, mas também a extensão da relação funcional para quaisquer dois conjuntos não necessariamente numéricos.

Dando continuidade na abordagem de definições sobre o tema principal desta dissertação, na próxima seção são apresentadas algumas definições e considerações atuais sobre funções, suas dificuldades de ensino e de compreensão.

1.3 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE FUNÇÕES E DIFICULDADES DE SEU ENSINO

Na abordagem histórica apresentada, observa-se que o conceito de função apresentou, ao longo dos últimos séculos, diversas definições, sejam elas analíticas ou geométricas.

Na definição de função abaixo, dada por Lima *et al* (2005, p. 38), nota-se pouco diferença das apresentadas pelo Grupo Bourbaki (1939) ou por Caraça (1951).

> Dados os conjuntos X, Y, uma função $f:X \to Y$ (lê-se "uma função de X em Y") é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in X$ um único elemento $y = f(x) \in Y$. O conjunto X chama-se *domínio* e Y é o *contra-domínio* da função f. Para cada $x \in X$, o elemento $f(x) \in Y$ chama-se a *imagem* de x pela função f, ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in X$. Escreve-se $x \mapsto f(x)$ para indicar que f transforma (ou leva) x em f(x).

A seguir são apresentadas algumas considerações sobre função matemática expostas por Bento de Jesus Caraça[5] em seu livro "Conceitos Fundamentais da Matemática". A primeira citação refere-se à definição de função e sua representação analítica.

> Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos numéricos; diz-se que y é função de x e escreve-se $y = f(x)$ se entre duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \to y$. A x chama-se variável independente, a y variável dependente. (CARAÇA, 1951, p. 129)
>
> O conceito de função não se confunde com o de expressão analítica; esta é apenas um modo de estabelecer a correspondência entre duas variáveis. (CARAÇA, 1951, p. 131)

Abaixo, tem-se a definição de Caraça sob o ponto de vista geométrico, e outras considerações a este respeito.

> ... o conceito de função permite estabelecer uma correspondência entre as leis matemáticas e as leis geométricas, entre expressões analíticas e os lugares geométricos (conjunto de todos os pontos que gozam de uma mesma propriedade). ... a expressão analítica, ou, melhor, a igualdade y=expressão analítica chama-se equação do lugar que lhe corresponde. (CARAÇA, 1951, p. 139).

---

[5] Bento de Jesus Caraça (1901-1948) Nascido em Portugal, criou o Centro de Estudos de Matemáticas Aplicadas à Economia, fundou a Gazeta da Matemática e foi presidente da Direção da Sociedade Portuguesa de Matemática; delegado representante da Sociedade Portuguesa de Matemática nos Congressos da Associação Luso-Espanhola para o Progresso das Ciências em 1942, 1944 e 1946. Finalmente, em 1941 publicou a sua obra mais emblemática "Os Conceitos Fundamentais da Matemática", cuja versão integral foi publicada em 1951.

> ... o próprio conceito de função, instrumento de estudo das correspondências, que vai agora servir de elemento definidor dessa nova correspondência, de motivo de unificação dos dois campos (analítico e geométrico) (CARAÇA, 1951, p. 139)

Observa-se que função, como instrumento no estudo das correspondências, também funciona como um dos elementos de elo entre os campos geométrico e analítico. Este elo faz com que se possa expressar uma função, tanto no campo algébrico como no campo geométrico, ocasionando uma necessidade de conhecimento dessas duas importantes áreas da matemática, o que acarreta uma das dificuldades na compreensão e aprendizagem deste conteúdo.

Estas dificuldades encontradas para o ensino de função estão relacionadas, entre outros aspectos, aos diversos modos de representação desse objeto matemático. Estabelecer relações entre as diferentes representações de função não é simples como comprovam os autores citados nos dois últimos parágrafos desta página. A compreensão em matemática tem como um de suas condições o reconhecimento de pluralidades de registros de representação e a articulação de diferentes registros de um mesmo objeto matemático. Assim, nesta dissertação é dada ênfase principal em quais destas articulações os alunos tem maiores dificuldades e as que possuem maiores facilidades em relação à função afim.

Ao serem interrogados sobre o conceito de função, alguns alunos não conseguem reconhecer o objeto matemático função em suas diferentes representações (língua natural, expressão algébrica, tabela, gráfico), pois confundem o objeto com sua representação, e segundo Pelho (2003, p. 118) "... demonstraram que para eles (alunos), o objeto matemático função era apenas o seu gráfico e, que a expressão algébrica e a tabela eram apenas as ferramentas necessárias para construção do mesmo".

Diversos trabalhos ratificam as dificuldades dos alunos em relação ao ensino e aprendizagem de funções, como citados por Sierpinska (1992, p.25): Freudenthal (1973); Janvier (1978); Herscovics (1982,1989); Bergeron & Herscovics (1982); Vinner (1989), Even (1990).

Sierpinska (1992, p. 25) afirma que os estudantes têm encontrado obstáculos em relacionar diferentes representações de função: fórmulas, gráficos, diagramas, descrições verbais das relações, interpretação de gráficos e manipulação de símbolos relativos às funções.

Não somente as articulações entre as diversas representações contribuem para o abismo existente na compreensão de função matemática; diversos outros fatores também comprometem seu aprendizado. Ao investigar as concepções de alunos do 1º ano do curso de Engenharia sobre o conceito de função, Oliveira (1997, p. 57), observou que a maior parte dos estudantes confunde função com equação; tratam uma fórmula como uma sequência de comandos para realizar um cálculo; têm dificuldade na articulação entre os registros de representação semiótica, especialmente na conversão entre as representações gráfica e algébrica de uma função.

Com o objetivo de verificar como é feita a transposição didática do conceito de função, Oliveira elaborou um questionário que foi respondido por professores de Matemática, observando que as mudanças de registro de representação mais utilizadas são: da expressão algébrica para a tabela; e da tabela para o gráfico que, não por coincidência, são as que aparecem nos livros didáticos. Ao analisar as passagens de diferentes representações de função em livros didáticos de Matemática, a autora escreve:

> O fato de muitos Livros Didáticos apresentarem primeiro as funções na sua forma algébrica e depois o seu gráfico, sem fazer o caminho inverso, constitui um obstáculo didático para a resolução de problemas que partem da situação inversa, ou seja, do quadro geométrico para o algébrico. Além disso, o aluno não percebe a necessidade de se trabalhar no quadro geométrico. A passagem de um quadro para outro é feita sem nenhuma explicação ou sem nenhuma necessidade aparente. (OLIVEIRA, 1997, p. 33-34)

Dificuldades nas articulações envolvendo a forma algébrica e a geométrica também têm sido observadas por alguns pesquisadores, sendo que alguns deles são citados por Kieran (1992, p.14-19): Markovits (1983), Eylon e Bruckheimer (1986), que constatam que a passagem da forma gráfica para a algébrica apresenta maior obstáculo do que a passagem da forma algébrica para a gráfica. Também por Yerushalmy (1988), Kaput (1988), Kerslake (1981) ao concluírem que os estudantes apresentam dificuldades nas tarefas de interpretação das informações contidas em representações gráficas.

A dificuldade apresentada pelos alunos na resolução de problemas algébricos simples, principalmente quando há a necessidade da passagem da linguagem natural para a forma algébrica também é compartilhada por Clement, Lochhead e Monk (1981, *apud* Silva 2007, p.12), ao afirmarem que “nos problemas em que se pede para os alunos escreverem uma equação, a partir de uma sentença, relacionando duas variáveis, frequentemente eles escrevem o contrário do que pretendem”.

Uma das causas da ocorrência acima começa no ensino fundamental quando se trabalha com equações. Os alunos entendem sua resolução como uma sequência de cálculos para se encontrar números que substituirão as letras (incógnitas) a fim de que a igualdade seja satisfeita. Não há nenhuma interpretação algébrica presente, não há discussão do significado dos resultados obtidos. Este obstáculo também é mencionado em:

> ... apesar de o currículo da maioria das escolas serem “recheados” de conteúdos algébricos, os alunos mostram que não aprendem. Quando aprendem a manipular os símbolos algébricos consideram a álgebra enquanto parte da Matemática que substitui o número pela letra, ou ainda, a defini-la como sinônimo de equação, cuja redução pode obstruir a compreensão do conceito de variável e do conceito de função. (MOURA e SOUZA, 2004, p. 4)

As dificuldades com que os alunos chegam ao Ensino Médio e, com a introdução de variável, apresentada no estudo da teoria dos conjuntos e de funções numéricas, o quadro se agrava porque muitos dos estudantes não sabem distinguir incógnita de variável e julgam que trabalhar com função implica somente numa sequência de cálculos, semelhante à que é feita na resolução de equações.

No entender de Silva (2008, p. 38-39), o desenvolvimento da representação de valores por meio de letras, isto é, o registro algébrico, foi um processo que passou por estágios de evolução ao longo do tempo. O primeiro estágio deste processo foi a representação de equações por meio da escrita em língua natural, chamado retórica. O segundo, considerado de transição, em que se utilizavam abreviações no registro, é denominado sincopado. E o terceiro e último que culminou na escrita algébrica moderna utilizada até os dias atuais, é o simbólico.

A passagem da representação de valores da língua natural para a forma algébrica foi demorada por não ser um processo simples. Pelo contrário; é algo bastante abstrato e de difícil compreensão, porém necessário. Possibilitou também o desenvolvimento da álgebra como ciência, conforme citações de Ifrah em:

> O uso da letra alfabética para designar um parâmetro ou uma incógnita liberou definitivamente a álgebra da escravidão do verbo. Antes da descoberta da notação literal, qualquer proposição geral não passava de palavrório e continuava prisioneira das ambiguidades que comportam as línguas humanas: qualquer afirmação levava ao domínio das interpretações sujeitas a todo tipo de variação. Ao contrário, este simbolismo criou uma espécie de “língua internacional” compreendida sem equívoco pelos matemáticos do mundo inteiro. (IFRAH 1998, p. 338)

> [...] o “x” e o “y” não mais representaram simplesmente números, mas tornaram-se totalmente independentes dos objetos ou das grandezas que deveriam figurar. Desta forma, o símbolo adquiriu uma significação que ultrapassava o objeto representado, tornando-se a partir de então um ser matemático completo, submetido às regras do cálculo ordinário. [...] Foi justamente este poder que conferiu à ciência algébrica um estatuto muito superior ao de uma simples estenografia apropriada: “Este método” – afirmava Leibniz – “poupa o espírito e a imaginação, cujo uso é preciso economizar. Ele nos permite raciocinar sem muito esforço, ao colocar os caracteres no lugar das coisas para desimpedir a imaginação”. (IFRAH 1998, p. 338)

Conforme citação de Rodrigues (2008, p. 29), a compreensão do conceito de variável implica na capacidade de integrar seus diferentes aspectos e passar de um ao outro de forma flexível. Além disso, para lidar com cada um deles é necessário ser capaz de simbolizá-los, manipulá-los e interpretá-los.

Ainda segundo Rodrigues (2008, p. 29), os aspectos da decomposição do conceito de variável, considerados por Reyes, Trigueros e Ursini, com o objetivo de favorecer a análise de dados relativos à compreensão desse conceito por alunos e professores estão apresentados no quadro abaixo:

	Simbolização	Interpretação	Manipulação
Incógnita	Simbolização de um termo desconhecido em uma situação particular e/ ou em uma equação.	Interpretação de um símbolo como uma incógnita presente em equações nas quais ele aparece uma ou mais vezes.	Fatorar, simplificar, desenvolver, balancear uma equação para tornar a variável o sujeito dessa equação.
Número genérico	Simbolização de um objeto genérico envolvido em métodos ou regras gerais, deduzidos de padrões numéricos e/ou geométricos, ou em famílias de problemas similares.	Interpretação de um símbolo como um objeto genérico presente em expressões algébricas ou em regras gerais.	Fatorar, simplificar e desenvolver para reorganizar uma expressão.
Variáveis em relação funcional	Simbolização de relações funcionais a partir de uma tabela, um gráfico ou um problema em língua natural.	Interpretação da correspondência entre variáveis e de sua variação conjunta dada por meio de expressões algébricas, tabelas ou gráficos.	Fatorar, simplificar, desenvolver para reorganizar uma expressão; substituir valores para determinar intervalos de variação, valores de máximo e mínimo ou para analisar o comportamento global da relação.

Quadro 1: Decomposição do conceito de variável. Baseado em Reyes; Trigueros; Ursini, 1996, p. 317, tradução Rodrigues (2008, p. 29).

Para entender uma variável como incógnita, segundo as autoras, é preciso reconhecer e identificar em um problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado ao serem consideradas as restrições e condições dadas no enunciado. É necessário interpretar o símbolo que representa a variável como um valor específico e ter condições de encontrá-lo a partir de operações e manipulações algébricas e aritméticas. Compreender a variável como número genérico implica em ser capaz de reconhecer padrões em sequências numéricas ou geométricas, em famílias de problemas e encontrar, ou deduzir, regras e métodos gerais que descrevem estes problemas. E, para entender as variáveis em uma relação funcional deve-se reconhecer nos problemas a correspondência e dependência das variáveis envolvidas e sua variação conjunta, independentemente da representação dada, a qual pode ser verbal, algébrica, tabular ou gráfica.

No próximo capítulo é apresentado o referencial teórico principal desta dissertação, começando por algumas considerações e culminando com o estudo sobre os registros de representação semiótica, de Raymond Duval.

CAPÍTULO 2 – REFERENCIAL TEÓRICO

Nesse capítulo é apresentado o referencial teórico escolhido para o desenvolvimento desta dissertação. Está subdividido em três seções. Na primeira, são feitas as considerações iniciais sobre o porquê da escolha dos registros de representação semiótica como linha de referencial teórico. Na segunda seção, apresenta-se o significado e a importância da representação semiótica para a evolução do ser humano. Por último, na terceira seção mostram-se alguns aspectos do estudo dos registros de representação semiótica, de Raymond Duval[6], para a aprendizagem matemática.

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Nesta seção são feitas algumas considerações que dão embasamento teórico a esta dissertação. Inicialmente procurou-se um referencial teórico para o ensino da função afim. Optou-se então pelos Registros de Representação Semiótica.

Como os registros de representação semiótica situam-se dentro da Teoria Cognitiva, há a necessidade de se abordar alguns conceitos e correntes que envolvem esta Teoria, o que será feito, de forma introdutória nos próximos parágrafos desta seção.

A cognição, segundo Fernandes et al (1993, p. 232), é o ato de adquirir um conhecimento. À luz da psicologia, cognição diz respeito à capacidade com que o ser humano processa informações, reage ao que percebe no mundo e em si mesmo.

O cognitivismo surgiu com as ideias de William James (1890) e Edward Tolman (1932), e se iniciou com estudos sobre a memória de curto e longo prazo. Estuda a construção do conhecimento levando em conta que o sujeito interage com o objeto do conhecimento. A Ciência Cognitiva utiliza várias disciplinas como psicologia, linguística, matemática, ciências, filosofia, educação, entre outras, para explicar o funcionamento cognitivo humano. Enquanto área de pesquisa, a Psicologia Cognitiva pode se definir como o estudo de como os seres humanos

[6] Filósofo e psicólogo de formação, autor de trabalhos envolvendo a psicologia cognitiva e o papel dos registros de representação semiótica para a apreensão do conhecimento matemático. Sua principal obra é *Sémiosis et pensée humaine* (1995).

percebem, processam, codificam, estocam, recuperam e utilizam uma informação. É o estudo do processamento humano de informações.

Dentre as principais teorias cognitivistas, segundo UNIRIO (2009), tem-se:

Construtivismo – Está pautado no pensamento de Piaget[7]. É uma das abordagens do cognitivismo que procura estudar como o indivíduo constrói suas estruturas cognitivas para a aquisição do conhecimento e quais os processos de pensamento presentes no homem desde sua infância até a idade adulta. Está mais relacionada à educação infantil, porém possui aplicações nos outros segmentos da educação.

Interacionismo – Está pautado no pensamento de Vygotsky[8]. Tem por base o desenvolvimento do indivíduo como resultado de um processo sócio-histórico, enfatizando o papel da linguagem e da aprendizagem nesse desenvolvimento. Sua questão central é a aquisição de conhecimentos pela interação do sujeito com o meio.

Aprendizagem Significativa – Está pautada no pensamento de Ausubel[9]. Ocorre quando a nova informação relaciona-se com várias outras informações já presentes na estrutura cognitiva. Assim, para ensinar adequadamente é preciso descobrir o que o aluno já sabe.

Dentro do cognitivismo encontra-se um estudo específico para a área de matemática que tem papel importante na elaboração desta pesquisa: **Registros de Representação Semiótica para a Aprendizagem Matemática**, que está pautado no trabalho de Raymond Duval. Procura descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos. Estas representações matemáticas possibilitam a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento, o que permite registros de representações diferentes de um mesmo objeto matemático.

No item 2.3, é descrito com mais detalhes o estudo de Raymond Duval; o referencial teórico principal desta dissertação, antes, porém, será feita uma breve descrição a respeito de representação semiótica.

---

[7] Jean Piaget (1896-1980) psicólogo e filósofo suíço, conhecido por seu trabalho pioneiro no campo da inteligência infantil. Piaget passou grande parte de sua carreira profissional interagindo com crianças e estudando seu processo de raciocínio. Seus estudos tiveram um grande impacto sobre os campos da Psicologia e Pedagogia.

[8] Lev Semenovich Vygotsky (1896-1934) nasceu na antiga União Soviética, produziu cerca de 200 trabalhos de Psicologia e 100 sobre arte e literatura. Vygotsky foi pioneiro na abordagem das emoções e sentimentos, ao escrever seu livro Psicologia Pedagógica onde aborda “a natureza psicológica das emoções” e “a educação dos sentimentos”.

[9] David Paul Ausubel (1918-2008) psicólogo da educação, filho de família judia e pobre, nasceu nos Estados Unidos numa época em que a população judia sofria uma série de preconceitos e de conflitos religiosos. Totalmente contra a aprendizagem puramente mecânica, que recebera, torna-se um representante do cognitivismo, e propõe uma aprendizagem que tenha uma estrutura cognitivista, de modo a intensificar a aprendizagem como um processo de armazenamento de informações.

2.2 REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A semiótica (do grego semeiotiké ou "a arte dos sinais") é um saber que estuda os modos como o homem significa o que o rodeia. É o estudo dos signos, ou seja, das representações das coisas do mundo que estão em nossa mente. A semiótica ajuda a entender como as pessoas interpretam mensagens, interagem com os objetos, pensam e se emocionam. A semiótica serve para analisar as relações entre uma coisa e seu significado.

A representação semiótica é antiga e tem seu registro nas obras do filósofo francês Étienne Bonnot de Condillac (1715-1780) que tinha como principal objetivo o conhecimento humano.

Segundo Corrêa (2008, p. 43), Condillac influenciado tanto pelo empirismo de John Locke (1632-1704), quanto pelo método científico instituído por Isaac Newton (1642-1727), abandona a busca da essência das coisas em favor da validação exclusiva do conhecimento por meio da observação e da experiência.

Condillac entendia que o conhecimento tem sempre um elemento dedutivo ou interativo, mesmo aqueles oriundos de percepções. Este entendimento era conflitante com o empirismo, que defendia que os conhecimentos vêm da percepção. Mesmo assim, Condillac procurou conciliar o empirismo com o racionalismo, pois entendia o racionalismo como uma "força" que tem origem na experiência sensível e se desenvolve junto com ela. Por isso, ele compreendia que a aceitação do racionalismo não excluía a do empirismo, sendo mesmo necessário entender-se suas interdependências.

As teorias científicas são construídas ou desenvolvidas a partir do entendimento de seus comportamentos, ou seja, da compreensão. Na compreensão estão envolvidas diversas sensações, tais como a comparação, o julgamento, a reflexão, o raciocínio e a abstração. As sensações de julgamento, raciocínio e abstração são inatas, porém a comparação só é possível se há conhecimento prévio de fatos similares. Para tal é preciso aprender a assistir ao que se percebe, o que envolve a operação de atenção, que estará presente a partir de interesses e necessidades, que motivam a busca do conhecimento e, os meios para satisfazê-los surgem de acordo com as exigências orgânicas e suas relações com as coisas.

Neste contexto, Condillac idealiza que a conexão entre a mente humana e o conhecimento só se desenvolvem por meio dos signos, através dos processos semióticos. Ele mostra que os processos mentais, baseados nas representações dessas sensações, ou seja, nos signos, é que são responsáveis pelo desenvolvimento do conhecimento.

Para Condillac, segundo Silva (2002, p. 22), existe uma relação de ordem do conhecimento das coisas entre a necessidade e o uso, à medida que existe uma relação lógica entre as necessidades e a busca dos meios para satisfazê-las e esta relação é inata no homem. O conhecimento surge por essa necessidade de conhecer o objeto que lhe satisfaz. Assim, os órgãos, as sensações que a pessoa experimenta, os juízos e a experiência constituem um sistema para a conservação do sujeito e é este que se deve estudar para aprender a raciocinar. Isto é, o homem deve procurar conhecer a sua natureza e buscar o conhecimento que garante a sua preservação.

A análise é um tipo de cálculo, compondo e decompondo as ideias para compará-las sempre em busca de novas relações e novos conhecimentos. Por meio da análise é que se encontram ideias então, elas são adquiridas. Não há, portanto, ideias inatas. A análise não se faz e não se pode fazer, senão, com o uso dos signos e da articulação da linguagem. Uma palavra não seria um signo de uma ideia se essa ideia não pudesse ser exibida na linguagem de ação.

Condillac critica os idiomas[10] por não considerá-los uma linguagem bem estruturada. Para ele os idiomas são métodos analíticos do mesmo modo que são as linguagens de ação, usadas pelos homens para analisar seus sentimentos, logo, a linguagem não é inata quando decompõe as sensações e fornece ideias e, como método, se aprende. Condillac conclui que essa língua bem estruturada seria a álgebra, não apenas em relação à matemática, mas para todas as ciências.

[10] São consideradas como idiomas: português, inglês, espanhol, etc. Elas não são inatas e são aprendidas, permitindo mais de uma interpretação em muitas ocasiões.

2.3 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA.

O estudo sobre “registros de representação semiótica para a aprendizagem matemática”, de Raymond Duval propõe uma abordagem cognitiva para compreender: a) as dificuldades dos alunos na compreensão da Matemática; b) a natureza dessas dificuldades.

Segundo Duval (2005, p. 12), o funcionamento cognitivo possibilita ao aluno compreender, efetuar e controlar a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos. Duas questões preliminares são postas para analisar as condições e os problemas da aprendizagem em Matemática: a) Quais sistemas cognitivos são necessários mobilizar para aceder aos objetos matemáticos e para efetuar as múltiplas transformações que constituem os tratamentos matemáticos? b) Esses sistemas são os únicos a serem mobilizados por qualquer processo de conhecimento em outros domínios científicos e práticos ?

Duval, citado por Santos (2009, p. 58), traz como definição para representações semióticas:

> As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos (sinais) pertencentes a um sistema de representação que têm suas dificuldades próprias de significância e de funcionamento. Uma figura, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico, são representações semióticas que salientam sistemas semióticos diferentes.

As representações semióticas possibilitam a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento, o que permite registros de representação diferentes de um mesmo objeto matemático. Segundo Duval (2005), não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem recorrer à noção de representação, isto porque não há conhecimento que possa ser mobilizado por um sujeito sem uma atividade de representação. Esta colocação não se aplica apenas à matemática, mas a qualquer tipo de conhecimento, onde todas as sensações podem estar presentes tais como: tato, olfato, visão, sensação térmica, escrita, etc.

Estabelecer relações entre os diversos registros de representação no tema “funções” não é simples. A compreensão em matemática, quando essa envolve a interpretação correta das várias situações, tem como uma condição o reconhecimento da pluralidade desses registros de representação e a articulação entre eles.

Como já citado anteriormente, a possibilidade de um objeto matemático ser expresso por várias representações diferentes trouxe a alguns autores como Duval (2005), Caraça (1951), Pelho (2003) e Oliveira (1997), entre outros, a preocupação de não se confundir o objeto matemático com sua representação. Duval (2005, p. 14) sinaliza a existência de quatro tipos diferentes de registros mobilizáveis no funcionamento matemático, classificando-os da seguinte forma:

	Representação Discursiva	Representação Não Discursiva
Registros Multifuncionais Os tratamentos não são algoritmizáveis.	**Língua natural** Associações verbais (conceituais). Formas de raciocinar: • argumentação a partir de observações, de crenças...; • dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	**Figuras geométricas planas ou em perspectivas** (configurações em dimensão 0, 1 , 2 ou 3). • apreensão operatória e não somente perceptiva; • construção com instrumentos.
Registros Monofuncionais Os tratamentos são principalmente algoritmos.	**Sistemas de escritas** • numéricas (binária, decimal, fracionária ...); • algébricas; • simbólicas (línguas formais). Cálculo	**Gráficos cartesianos** • mudanças de sistemas de coordenadas; • interpolação, extrapolação.

Quadro 2: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático.

Os registros discursivos utilizam a linguagem natural ou os sistemas de escritas. Permitem descrever, explicar, calcular, raciocinar e, interferir nestes registros. Os não discursivos mostram formas ou configurações de formas. Permitem informações bem características destas representações, mas limitadas em relação às representações discursivas.

Os registros multifuncionais são utilizados em todas as áreas do conhecimento, são comuns a uma determinada cultura e espontâneos. Podem ser aprendidos fora da escola. Os monofuncionais são formais, especializados, aprendidos em matemática ao solicitar cálculos e gráficos.

Duval (2005, p. 21) coloca que: “A compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro. Isto porque não se deve jamais confundir um objeto e sua representação. ... os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente (microscópios, aparelhos de medida, etc.). O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas”. O que leva a um paradoxo em matemática: como se pode não confundir um objeto e sua representação se não se tem acesso a esse objeto a não ser por sua representação ? Duval (2005, p. 21)

O mesmo autor (2005, p. 22) salienta ainda que “É a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática, e não o inverso, qual seja, o ‘enclausuramento’ de cada registro”. Pode-se então concluir que promover, de forma efetiva, esta articulação parece ser um dos principais problemas no ensino e aprendizagem do conteúdo “função matemática”. Para que a articulação seja possível, é condição primordial que o aluno compreenda cada um dos registros e saiba “navegar” entre eles.

A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de, pelo menos, dois diferentes registros de representação, ou na possibilidade da troca de registro de representação. Deve ser possível sempre transladar de um registro para outro. A compreensão em matemática supõe a coordenação de, ao menos, dois registros de representação semiótica.

Conforme colocado anteriormente, existem dois tipos de transformações de representação semiótica que são diferentes:

a) Tratamento – transformação permanecendo no mesmo sistema. Nem todo tratamento pode ser efetuado em qualquer registro e cada registro favorece um tipo de tratamento. Dentro do estudo de funções, são exemplos de tratamento: resolver um cálculo permanecendo no mesmo sistema de escrita numérica ou uma equação numérica; completar uma figura usando critérios de simetria.

b) Conversão – transformação com mudança de sistema, mas conservando a referência aos mesmos objetos. É importante salientar que converter implica em coordenar registros mobilizados. Os alunos têm muitas dificuldades em reconhecer um mesmo objeto através de duas representações diferentes, já que cada uma delas apresenta as variáveis de forma diferenciada. Uma conversão não conserva a explicação das mesmas propriedades do objeto. Assim, a representação do objeto no registro de chegada, por meio de uma conversão, não terá o mesmo significado que a representação no registro de partida.

Dentro do estudo de funções podemos citar como exemplos de conversão: passar da forma algébrica à sua representação gráfica; da língua natural para a tabular; da tabular para a representação gráfica; da gráfica para algébrica; etc.

Na conversão há dois fenômenos: o da não-congruência e o da congruência. Quando a representação terminal (no registro de chegada) transparece de certa forma na representação de partida e a conversão se assemelha a uma situação de simples codificação, então há congruência (há correspondência semântica das unidades de significado entre os dois registros). Se a representação terminal não transparece absolutamente no registro de partida, ou seja, há certo bloqueamento ou confusão para a passagem de um registro a outro, então há o fenômeno da não-congruência.

Do ponto de vista matemático, a conversão intervém somente para escolher o registro no qual os tratamentos a serem efetuados são mais econômicos, mais potentes ou para obter um segundo registro, que sirva de suporte ou de guia aos tratamentos que se efetuam em outro registro. Em outras palavras, quando se quer fazer a conversão da forma gráfica, por exemplo, para a algébrica, pode-se utilizar inicialmente, mesmo que de forma implícita, a conversão da forma gráfica para a tabular. A partir deste registro (tabular), com a utilização dos tratamentos adequados, é que será possível encontrar a forma algébrica.

Do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que aparece como a atividade de transformação representacional fundamental; aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão.

É enganosa a ideia de que todos os registros de um mesmo objeto tenham igual significado ou que se deixem perceber uns nos outros. Isso resulta nos alunos a ideia errônea que as representações são desconexas. Não se pode analisar a forma gráfica da mesma maneira que a algébrica, por exemplo. Cada uma das representações tem suas peculiaridades e precisam ser observadas como tais, embora se trate do mesmo objeto matemático. Assim, nenhuma das representações é suficiente para esgotar todas as informações possíveis do objeto em estudo. Duval (1993, apud Colombo et al 2009, p. 96) refere-se a este fato quando assinala que: “As representações diferentes de um mesmo objeto, não têm evidentemente o mesmo conteúdo. Daí a consequência de que cada representação não apresenta as mesmas propriedades ou as mesmas características do objeto”.

Assim sendo, decidiu-se pela utilização dos Registros de Representação Semiótica como referencial teórico principal dessa dissertação, pela sua aplicabilidade imediata ao estudo de funções e, por sua diversidade, que permite “passear” por todas as formas de representação de uma função.

CAPÍTULO 3 – METODOLOGIA

No terceiro capítulo dessa dissertação encontra-se a metodologia desenvolvida para a coleta dos dados, que engloba os objetivos; local e os alunos envolvidos na pesquisa; o material entregue aos alunos; e a forma da realização das atividades.

3.1 OBJETIVOS

O presente trabalho surgiu, como já mencionado, da constatação, na prática docente, da dificuldade apresentada por muitos dos alunos do 1º ano do Ensino Médio em compreender o conceito de função, o qual exige um poder de abstração acentuado, por ter, em matemática, sua representatividade em diferentes campos, tais como: a álgebra e a geometria. Isso traz aos estudantes uma dificuldade adicional, pois não estão acostumados, em sua maioria, a trabalhar conteúdos que exigem abstração. O desenvolvimento do conceito de função é complexo porque exige também o domínio de muitos sub-conceitos, tais como: variáveis dependente e independente; domínio, contradomínio e imagem; crescimento ou decrescimento; representação gráfica discreta ou contínua.

Muitos alunos também vêm para o Ensino Médio com a crença de que a matemática, por ser considerada uma ciência exata, trabalha apenas no campo do concreto e, portanto, não explora situações abstratas ou que exigem tal procedimento. Guzman afirma que:

> "Uma função não é: nem uma tabela de valores, nem uma representação gráfica, nem uma série de teclas de uma calculadora, nem uma fórmula. É tudo ao mesmo tempo". "O conceito de função reflete uma multiplicidade de registros, relacionados todos entre si por meio da linguagem" (GUZMAN, 1989, apud Barallobres, 1998, p.122)

Na realização deste trabalho foi explorada a multiplicidade de representações de função afim, ao se fazer com que os alunos realizassem tarefas que exigissem a conversão entre os registros, com a passagem:

- da língua natural para as formas algébrica, tabular e gráfica;
- da forma algébrica para a forma tabular e vice-versa;
- da forma algébrica para a forma gráfica e vice-versa e,
- da forma tabular para a forma gráfica e vice-versa.

3.2 LOCAL E ALUNOS ENVOLVIDOS

A pesquisa foi realizada em uma Escola Estadual localizada no bairro do Cachambi, zona norte da cidade do Rio de Janeiro – RJ, composta por aproximadamente 1400 alunos distribuídos em três turnos, sendo que a maior quantidade de alunos matriculados encontra-se no turno da manhã. A escolha da escola deveu-se ao fato de oferecer condições favoráveis ao desenvolvimento da pesquisa, a concordância e apoio por parte da direção e pelo fato de o autor dessa dissertação ser professor da escola desde 2006 e o responsável pelas turmas envolvidas na pesquisa.

A escola possui onze salas de aula, sendo seis delas com ar condicionado, biblioteca, laboratório de informática com acesso à internet, auditório, sala de professores, secretaria, diretoria e uma quadra poliesportiva descoberta.

A pesquisa de campo, incluída nesta dissertação, foi desenvolvida em duas etapas por três turmas do 1º ano do Ensino Médio, com faixa etária majoritária entre 16 e 20 anos. A primeira etapa foi realizada em uma turma no 2º semestre de 2009 e, a segunda etapa com duas turmas no 1º semestre de 2010. Como são três turmas, estas serão chamadas, a partir de agora, de:

- turma de 2009 – turma 1;
- turmas de 2010 - turma 2 e turma 3.

Um total de 113 alunos participou de, pelo menos, uma atividade desse trabalho. A média de alunos participantes por atividade é de aproximadamente 100 alunos. A seguir será apresentado o quantitativo de alunos por turma, que também está expressa na tabela 3: a turma 1 tinha 51 alunos na lista de chamada, mas somente 35 alunos participaram de alguma das atividades; a turma 2 tinha 54 alunos na lista de chamada mas somente 40 alunos participaram de alguma das atividades; a turma 3 tinha 52 alunos na lista de chamada mas somente 38 alunos participaram de alguma das atividades.

Número de Alunos	Turma 1	Turma 2	Turma 3	Total de Alunos
Na lista de Chamada	51	54	52	**157**
Participantes	35	40	38	**113**

Tabela 3: Distribuição dos alunos por turma participante

3.3 MATERIAL DIDÁTICO

Procurou-se primeiramente ministrar alguns conteúdos iniciais da disciplina matemática para o 1º ano do Ensino Médio que envolvessem Teoria dos Conjuntos, necessários para garantir uma base matemática mais sólida aos alunos e prepará-los adequadamente para o estudo de funções matemática. Além desse conteúdo inicial, foi administrada também uma revisão sobre outros; necessários para realizar as operações de transformação por tratamento. Para tal, foram entregues aos alunos três listas de exercícios de revisão envolvendo equações de 1º e 2º graus e resolução de sistemas de equações de 1º grau.

As aulas ocorreram, para todas as turmas, às quintas e sextas-feiras, sendo a turma 1 com sete tempos de aulas, com cinquenta minutos cada, semanais e, as turmas 2 e 3 com seis tempos semanais de aula, cada com cinquenta minutos também.

A primeira aula de revisão foi trabalhada em um dia de aula para as três turmas. O material foi entregue aos alunos e dados trinta minutos para sua resolução. Após este tempo, o professor discutiu com a turma cada um dos itens da parte 1 (apêndice A1), explicando quais representavam as equações de 1º e 2º graus e o que representavam as outras expressões. Na parte 2, foi desenvolvida cada uma das expressões, até se chegar à sua forma geral e assim encontrar os valores dos coeficientes.

A segunda aula de revisão (apêndice A2) foi desenvolvida em grupos de até três alunos. Como se tratava de resolução de problemas, sua realização em grupo propiciou uma discussão a respeito da interpretação do enunciado e qual melhor estratégia para chegar à sua solução. Foi dado aos alunos um tempo de aula para sua feitura. O professor atuou como mediador, respondendo aos questionamentos dos alunos sem, entretanto, fornecer respostas. Nos tempos de aula restantes, foi feita a resolução dos problemas, com a participação dos alunos.

A terceira aula de revisão (apêndice A3) foi um pouco mais demorada, visto que a maioria dos alunos não sabia ou não se lembrava de como resolver um sistema de equações do 1º grau. O ritmo acabou sendo mais lento do que o esperado pelas dificuldades apresentadas, consumindo, no total, dois dias de aula.

O conteúdo função afim foi subdividido em quatro apostilas, que foram entregues aos alunos em épocas distintas. Todas as apostilas apresentam, além do conteúdo teórico mínimo necessário para o tema envolvido, exercícios resolvidos e comentados. A primeira apostila envolveu a parte teórica básica sobre funções, tais como, o conceito de função, domínio, imagem, unicidade, variáveis, classificação e formas de representação. As três apostilas restantes são específicas sobre função afim, sempre com a presença de exercícios contextualizados ou interdisciplinares. Na segunda apostila foram trabalhadas as duas primeiras representações da função afim: língua natural e a forma algébrica. Na terceira, se introduziu a forma tabular e, na quarta a representação gráfica.

Em todas as apostilas foram trabalhadas as conversões entre os vários registros presentes, bem como os tratamentos necessários nas resoluções dos exercícios resolvidos. As listas de exercícios de revisão e as apostilas sobre funções encontram-se nos anexos A e B desta dissertação.

3.4 REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES

A quantidade de tempos de aula, incluindo as de realização das atividades, foi aproximadamente de trinta tempos; cada um com cinquenta minutos. O tempo de aula gasto na realização das atividades variou de acordo com a quantidade de atividades pertinentes ao conteúdo envolvido, mas flutuou entre um tempo, para as atividades com poucos itens, até dois tempos, quando envolvia um maior número de itens. Foram realizadas dez atividades, sendo muito delas com subdivisões, perfazendo um total de 24 itens.

Durante a etapa da intervenção metodológica, o professor adotou uma postura de observador participante. Ficava circulando pela sala de aula respondendo as indagações dos alunos e os orientando sobre qual postura adotar diante de cada uma das atividades, oferecendo-lhes instrumentos para que chegassem à solução da atividade sem, no entanto, responder-lhes diretamente. Como opção metodológica, trabalhou-se com alunos sem a possibilidade da utilização de consulta a qualquer tipo de material ou calculadora.

Os alunos realizaram as atividades, em sua maioria, em duplas porque tais situações favorecem a interação entre os estudantes ao formularem e comunicarem entre si as estratégias de solução para cada uma das atividades e confrontarem suas diferentes opiniões. Torna-se um processo dinâmico que incentiva a aprendizagem e estimula a cooperação aluno-aluno ao se depararem com um desafio a ser ultrapassado utilizando, para isso, seus conhecimentos prévios.

Todos os alunos presentes em sala participaram das atividades. A escolha das duplas ficou por conta dos próprios alunos, mas a aceitação da escolha ficava a critério do professor, bem como da localização delas em sala. Cada dupla recebia uma folha com as atividades pertinentes ao conteúdo e deveriam devolvê-la ao final do tempo estipulado para sua realização, que girou entre um ou dois tempos de aula, ou seja, de 50 a 100 minutos. Não foi permitida a realização de qualquer uma das atividades em data ou local diferentes da turma de origem do aluno.

Analisando o desenvolvimento das atividades feitas com a turma 1 em 2009, decidiu-se, para dirimir algumas dúvidas surgidas nas respostas ou na falta delas, que as atividades um, dois e sete teriam seus enunciados modificados para serem aplicadas em uma das turmas em 2010. A outra, receberia os mesmos enunciados da turma 1, sem modificações. No capítulo 4, que trata da análise das atividades, são apresentadas as modificações realizadas, os motivos e a perspectiva de resultado com tal procedimento.

CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DAS ATIVIDADES

Neste capítulo é feita uma análise dos resultados obtidos em cada uma das atividades. Em relação às atividades, teve-se também a intenção de verificar se os alunos eram capazes ou não de trabalhar com diferentes formas de representação ou transformação, sem se deter na análise dos erros cometidos, a menos que fossem evidentes. As conclusões sobre o trabalho com as diferentes representações da função afim estão no capítulo cinco.

As respostas dos alunos, em todas as atividades, estão no anexo D.

4.1 ATIVIDADE 1

Esta atividade foi criada com o objetivo de se trabalhar duas formas de representação: a língua natural e a forma algébrica. Também visou a realizar um tipo de transformação de representação semiótica: conversão.

<u>Enunciado</u> (turmas 1 e 2): Dois sócios dividem igualmente entre si o lucro de uma empresa. A parte que cada um vai receber (f(x)) é função do lucro a ser dividido (x). Qual a lei de formação presente ?

<u>Enunciado</u> (turma 3): O lucro de uma empresa é dividido entre seus 2 sócios em partes iguais. A parte que cada um vai receber (f(x)) é função do lucro a ser dividido (x). Qual é a lei de formação presente ?

A mudança do enunciado foi para analisar se as dificuldades de interpretação de texto e expressões como “dividem igualmente” interferia ou não na resolução da atividade, por isso da utilização da expressão “dividir em partes iguais”.

A partir de uma situação-problema simples, com enunciado direto e sucinto, já é informada que a variável x representa o lucro e, que f(x) representa o valor que cada um dos sócios irá receber, cabendo aos alunos encontrar a expressão algébrica que representa esta situação. Por ser a primeira atividade, optou-se inicialmente por trabalhar com a função linear f(x)=ax, a≠0, caso particular da função afim.

Análise dos Resultados: Dos 98 alunos que realizaram esta atividade, obteve-se como resultado:

– 18 alunos escreveram a função corretamente;
– 16 alunos deixaram em branco;
– 64 alunos deram outras respostas.

Dos 64 alunos que erraram a forma algébrica, quase a metade (30 alunos) não interpretou corretamente o enunciado e colocou como resposta f(x) = 2x e outros dez alunos apresentaram respostas do tipo: f(x)=2, f(x)=2x+b e, f(x)=2a+b, ou seja, mantiveram uma multiplicação por 2. Dois alunos (uma dupla) demonstraram saber que deveria dividir por 2, mas não sabiam o significado das variáveis e dos coeficientes *a* e *b*, ao escreverem como resposta f(x)= $\frac{ax+b}{2}$.

Observou-se que o rendimento da turma 3 foi inferior ao da turma 1, porém próximo ao da turma 2, mesmo com a mudança no enunciado, não possibilitando uma conclusão se a mudança no enunciado foi significativa ou não para o desenvolvimento da atividade.

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 1 Conversão: Escrita → Algébrica	Avaliação das Respostas			
	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	35,7%	11,1%	11,8%	**18,4%**
Erradas	42,9%	72,2%	76,5%	**65,3%**
Não Respondidas	21,4%	16,7%	11,8%	**16,3%**
Número de Alunos	28	36	34	**98**

Quadro 3: Desempenho dos Alunos na Atividade 1

4.2 ATIVIDADE 2

Esta atividade foi criada com o objetivo de se trabalhar duas formas de representação: a língua natural e a forma algébrica.

Enunciado (Turma 1 e Turma 3): Um vendedor de autopeças recebe como salário uma quantia fixa de R$400,00 mais R$2,00 por peça vendida.

a) Escreva a lei de formação f(x) que traduz o salário mensal deste vendedor em função das peças vendidas.

b) Se ele vender 380 peças, qual será seu salário ?

c) Para receber R$1 500,00 de salário, quantas peças ele terá de vender ?

d) Este vendedor receberá algum salário se não vender nenhuma peça ? Se sim, qual será seu salário ? Se não, justifique sua resposta.

Enunciado (Turma 2): Um vendedor de autopeças recebe como salário uma quantia fixa de R$400,00 mais R$2,00 por peça vendida.

a) Se ele vender 380 peças, qual será seu salário ?

b) Para receber R$1 500,00 de salário, quantas peças ele terá de vender ?

c) Escreva a lei de formação f(x) que traduz o salário mensal deste vendedor em função das peças vendidas.

d) Este vendedor receberá algum salário se não vender nenhuma peça ? Se sim, qual será seu salário ? Se não, justifique sua resposta.

Cabe observar que houve mudança na ordem da apresentação das perguntas, por isso optou-se por analisar cada um dos itens separadamente, para facilitar a compreensão do leitor.

Para as turmas 1 e 3 a lei de formação foi pedida no item A, enquanto que a da turma 2 ocorreu no item C. A mudança teve como objetivo verificar se os alunos conseguiriam construir a função com maior facilidade, se esta fosse solicitada após cálculos preliminares.

4.2.1 Atividade 2 – Item 1

Item 1: Escreva a lei de formação f(x) que traduz o salário mensal deste vendedor em função das peças vendidas.

Objetivo Específico: Realizar um tipo de transformação de representação semiótica: conversão.

Análise dos Resultados: Diferentemente da atividade 1, nesta atividade os alunos teriam que determinar o que representa cada um dos termos de f(x)=ax+b, quais sejam: a função f, a variável x, o coeficiente *a* e, a constante *b*, que nesta atividade não é nula.

Dos 98 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– 34 alunos escreveram corretamente ou parcialmente correta a função;

– 14 alunos deixaram em branco;

– 50 alunos cometeram erros.

Dos 34 alunos que apresentaram a forma algébrica correta ou parcialmente correta, trinta e dois alunos escreveram a função f(x)=2x+400 e dois alunos (uma dupla) deu como resposta f(x)=2.1+400, colocando no lugar da variável x o valor 1.

Dos alunos que erraram, quatorze cometeram o mesmo erro ao trocar os valores dos coeficientes colocando como resposta f(x)=400x+2. Nas demais respostas, foram encontradas as mais variadas respostas, tais como: f(x)=ax+b, f(x)=400, f(400)=2+b, f(x)=8x, demonstrando não ter havido algum raciocínio lógico ou procedimentos coerentes.

Embora não seja uma informação conclusiva, a mudança na sequência das perguntas não facilitou a conversão para a forma algébrica, pois foi observado que o rendimento da turma 2, que teve a ordem das perguntas alteradas, foi muito inferior ao das turmas 1 e 3. O rendimento da turma 3, com o mesmo enunciado da turma 1, alcançou resultados bem satisfatórios.

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 2 – Item 1 Conversão: Escrita → Algébrica	Avaliação das Respostas			
	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	35,7%	11,1%	52,9%	**32,7%**
Parcialmente Certas	0,0%	0,0%	5,9%	**2,0%**
Erradas	57,1%	66,7%	29,4%	**51,0%**
Não Respondidas	7,1%	22,2%	11,8%	**14,3%**
Número de Alunos	28	36	34	**98**

Quadro 4: Desempenho Alunos na Atividade 2 – Item A

4.2.2 Atividade 2 – Item 2

<u>Item 2</u> - Se ele (vendedor) vender 380 peças, qual será seu salário ?

Registra-se que este item foi, para as turmas 1 e 3, posterior ao pedido da construção da função (item 1), enquanto que na turma 2 foi anterior ao item 1.

<u>Objetivos Específicos</u>: Utilizar a forma algébrica corretamente no cálculo da função; realizar duas formas de transformação de representação semiótica: tratamento e conversão.

<u>Análise dos Resultados</u>: Diferentemente do item 1 (lei de formação), nesta atividade, os alunos das turmas 1 e 3 tiveram que mostrar se sabiam aplicar corretamente a função f(x)=2x+400, enquanto que a turma 2 deveria mostrar as estratégias utilizadas para chegar ao salário do vendedor.

Das 98 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– 50 alunos encontraram o salário do vendedor;

– 16 alunos deixaram em branco;

– 32 alunos cometeram erros.

Dos alunos que encontraram a resposta correta, vinte e dois aplicaram corretamente a função f(x)=2x+400. A figura 1 mostra a resolução de dois alunos (uma dupla) que aplicaram as propriedades de uma função composta ao dividirem a atividade em duas funções: f(x)=2x e f(x)=x+400.

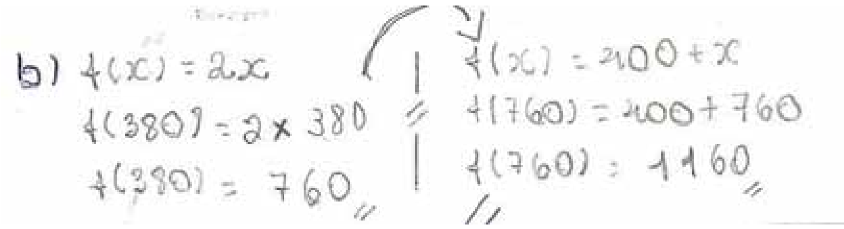


Figura 1

Vinte e dois alunos colocaram somente a resposta, sem apresentar os cálculos. Os outros quatro alunos utilizaram uma sequência de cálculos algébricos para encontrar o salário do vendedor. Multiplicaram primeiro por dois, depois somaram o resultado a quatrocentos, chegando a resposta final, ou seja: 380.2=760; 760+400=1160, o que é mostrado nas figuras 2 e 3.

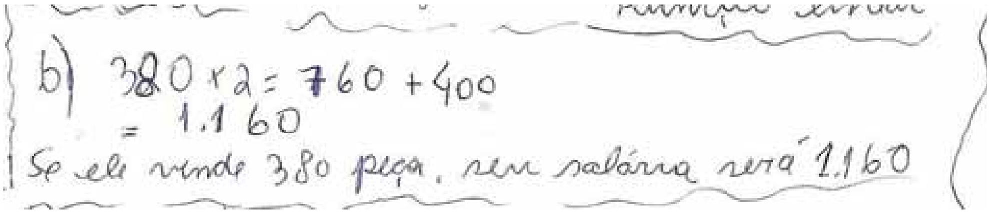

b) 380 x 2 = 760 + 400
= 1.160
Se ele vende 380 peça, seu salário será 1.160

Figura 2

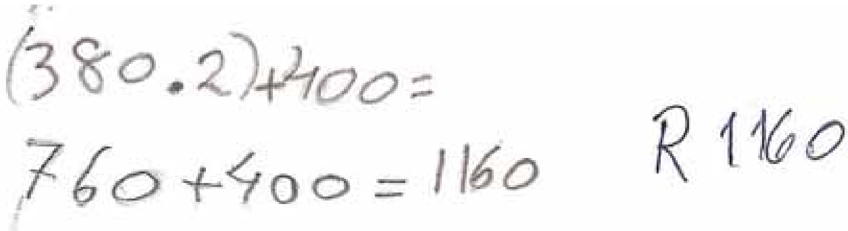

(380.2)+400=
760+400=1160
R 1160

Figura 3

Das respostas erradas, observou-se que dois alunos (uma dupla) aplicaram corretamente a função para chegar ao salário do vendedor, porém, a função encontrada no item 1 estava incorreta, o que levou a uma resposta errada. Oito alunos colocaram como resposta R$760,00, provavelmente por erro de interpretação, não computando a parte fixa no cálculo do salário mensal. Os demais alunos colocaram diferentes valores sem apresentar os cálculos ou, outras respostas sem sentido.

Foi observado que, dos nove alunos da turma 2 que acertaram este item, dois deles aplicaram a função que encontraram no item 1, item este posterior ao pedido do salário do vendedor, o que é visto na figura 4.

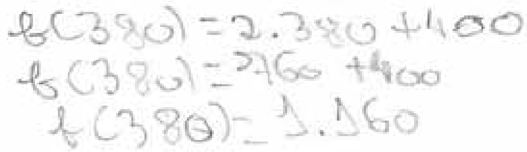

f(380)=2.380+400
f(380)=760+400
f(380)=1.160

Figura 4

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 2 – Item 2	Avaliação das Respostas			
Conversão: Escrita → Algébrica	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	64,3%	50,0%	41,2%	**51,0%**
Parcialmente Certas	7,1%	0,0%	0,0%	**2,0%**
Erradas	28,6%	33,3%	29,4%	**30,6%**
Não Respondidas	0,0%	16,7%	29,4%	**16,3%**
Número de Alunos	28	36	34	**98**

Quadro 5: Desempenho Alunos na Atividade 2 – Item B

4.2.3 Atividade 2 – Item 3

<u>Item 3</u> **– Para receber R$1 500,00 de salário, quantas peças ele terá de vender ?**

Registra-se que este item também, para as turmas 1 e 3 foi posterior ao pedido da construção da função (item 1), enquanto que na turma 2 foi anterior.

<u>Objetivos Específicos</u>: A substituição do valor de f(x) na função e o cálculo da variável x, que representa o número de peças vendidas; realizar duas formas de transformação de representação semiótica: tratamento e conversão.

<u>Análise dos Resultados</u>: Diferentemente do item anterior, em que era dado o valor da variável x (número de peças vendidas), neste item foi dado o valor da função (salário) e pediu-se o valor da variável x. Os alunos das turmas 1 e 3 tiveram que mostrar se sabiam aplicar corretamente a função f(x)=2x+400, enquanto que os da turma 2 deveriam mostrar quais estratégias utilizaram para chegar ao número de peças vendidas.

Dos 98 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– 36 alunos encontraram o número de peças vendidas;

– 14 alunos deixaram em branco;

– 48 alunos cometeram erros[11].

Dos alunos que encontraram a resposta correta apenas quatorze aplicaram corretamente a função f(x)=2x+400. Uma dupla aplicou as propriedades de uma função composta ao dividir a atividade em duas funções: f(x)=x–400 e f(x)=x:2 e realizou corretamente os cálculos algébricos (figura 5).

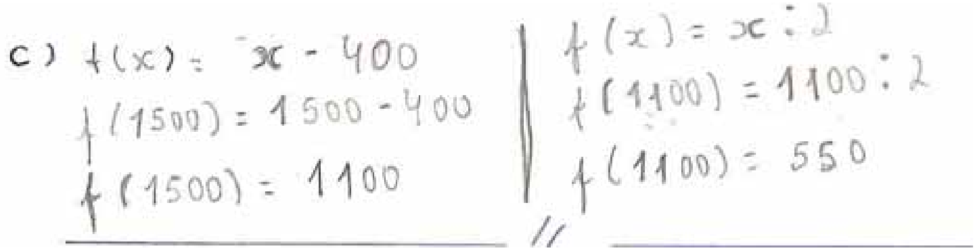


Figura 5

[11] Cometeram erros: Estão incluídas as respostas parcialmente certas e as erradas.

Dezesseis alunos colocaram somente a resposta, sem apresentar os cálculos. Quatro alunos utilizaram uma sequência de cálculos algébricos para encontrar o total de peças vendidas. Subtraíram primeiro do salário a parte fixa e depois dividiram o resultado encontrado por dois, chegando ao resposta final, ou seja: 1500–400=1100; 1100:2=550. A figura 6 ilustra os cálculos de uma dupla.

$$(1500-400)\div 2=$$
$$1100\div 2=550$$

Figura 6

Das respostas erradas, observou-se que quatorze alunos cometeram o mesmo erro: dividiram o salário por dois, sem antes subtrair a parte fixa do salário. Uma dupla calculou o número de peças para f(x)=1500–400=1100 aplicando em f(x)=2x+400 encontrando 350 peças, utilizando a parte fixa do salário em duplicidade. Os outros alunos colocaram respostas variadas.

Observou-se que a turma 2, que teve a ordem das perguntas alteradas, obteve um rendimento bem próximo ao da turma 3.

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 2 – Item 3	Avaliação das Respostas			
Conversão: Escrita → Algébrica	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	50,0%	33,3%	29,4%	**36,7%**
Erradas	42,9%	50,0%	52,9%	**49,0%**
Não Respondidas	7,1%	16,7%	17,6%	**14,3%**
Número de Alunos	28	36	34	**98**

Quadro 6: Desempenho Alunos na Atividade 2 – Item C

4.2.4 Atividade 2 – Item 4

<u>Item 4</u> **(Item d) – Este vendedor receberá algum salário se não vender nenhuma peça ? Se sim, qual será seu salário ? Se não, justifique sua resposta.**

<u>Objetivo Específico</u>: Leitura e interpretação do enunciado principal. Assim, em relação a este item, não foi trabalhada nenhuma forma de transformação.

<u>Análise dos Resultados</u>: Diferentemente dos itens anteriores, no item d não era necessário nenhum cálculo algébrico. Nesta atividade, os alunos não tiveram que demonstrar se sabiam aplicar corretamente a função f(x)=2x+400, mas se sabiam interpretar o texto ou, a função encontrada em item anterior.

Das 98 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– 80 alunos encontraram a resposta correta;

– 10 alunos deixaram em branco.

– 8 alunos cometeram erros.

Pelo expressivo acerto, fica nítido que os alunos interpretaram o enunciado corretamente (língua natural) e desta representação retiraram a resposta. A partir deste comportamento, há uma indicação de que a transformação para a forma algébrica solicitada (item 1), não foi realizada por alguns alunos, não por problemas de entendimento do enunciado e sim, por dificuldades na conversão da língua natural para a forma algébrica.

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 2 – Item 4	Avaliação das Respostas			
Conversão: Não trabalhada	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	92,9%	72,2%	82,4%	**81,6%**
Parcialmente Certas	0,0%	0,0%	0,0%	**0,0%**
Erradas	0,0%	11,1%	11,8%	**8,2%**
Não Respondidas	7,1%	16,7%	5,9%	**10,2%**
Número de Alunos	28	36	34	**98**

Quadro 7: Desempenho Alunos na Atividade 2 – Item D

4.3 ATIVIDADE 3

Esta atividade foi criada com o objetivo de se trabalhar duas formas de representação: a língua natural e a forma algébrica.

Enunciado: Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções: **A** e **B**.

- O plano **A** cobra R$100,00 de inscrição e R$50,00 por consulta num certo período.
- O plano **B** cobra R$180,00 de inscrição e R$40,00 por consulta no mesmo período.

O gasto total de cada plano é dado em função do número **x** de consultas. Determine a função f para cada um dos planos A e B;

Objetivo Específico: Realizar um tipo de transformação de representação semiótica: conversão.

Análise dos Resultados: Diferentemente dos exercícios anteriores, esta atividade necessita trabalhar a interpretação da situação de forma mais profunda, para determinar o que se pede. Dos 98 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– 24 alunos encontraram a resposta correta;

– 28 alunos deixaram em branco;

– 46 alunos cometeram erros.

Das trinta respostas totalmente erradas, ocorridas somente nas turmas 2 e 3, quatorze alunos trocaram os valores do coeficiente de x e do termo constante ao darem como resposta A:f(x)=100x+50 e B:f(x)=180x+40. Muitos alunos cometeram pequenos erros que poderiam ser evitados com um pouco mais de atenção. Respostas encontradas: A:f(x)=0,5x+100 e B:f(x)=0,4x+180; A:f(x)=50x e B:f(x)=40x; A:f(x)=50+100 e B:f(x)=40x+180; A:f(x)=50x+100 e B:f(x)=180x+40. As demais respostas não foram representativas.

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 3 Conversão: Escrita → Algébrica	Avaliação das Respostas			
	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	28,6%	11,1%	35,3%	**24,5%**
Parcialmente Certas	14,3%	16,7%	17,6%	**16,3%**
Erradas	0,0%	55,6%	29,4%	**30,6%**
Não Respondidas	57,1%	16,7%	17,6%	**28,6%**
Número de Alunos	28	36	34	**98**

Quadro 8: Desempenho Alunos na Atividade 3

4.4 ATIVIDADE 4

Esta atividade foi criada com o objetivo de se trabalhar três formas de representação: língua natural, a forma algébrica e a forma tabular. Esta atividade possui 3 itens, que são analisados a seguir.

4.4.1 Atividade 4 – Item A

Enunciado: O salário fixo de um segurança é de R$560,00. Para aumentar sua receita, ele faz plantões noturnos em uma boate, onde recebe R$60,00 por noite trabalhada.

a) Encontre uma função que possibilite ao segurança encontrar seu salário mensal.

Objetivo Específico: Realizar um tipo de transformação de representação semiótica: conversão.

Análise dos Resultados: Nesta atividade os alunos teriam que determinar o que representa cada um dos termos de f(x)=ax+b, quais sejam: as variáveis x e y e, os coeficiente *a* e *b*, que nesta atividade não é nula.

Dos 89 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– 52 alunos escreveram corretamente ou parcialmente correta a função;

– 9 alunos deixaram em branco;

– 28 alunos cometeram erros.

Das respostas erradas foi encontrada uma (R$1460,00) que apareceu em quarenta por cento das ocorrências, o qual não apresenta uma justificativa plausível. Entretanto, erros do tipo f(x)=60x, f(x)=560x+60, que eram esperados, só foram encontrados duas vezes.

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 4 – Item A	Avaliação das Respostas			
Conversão: Escrita → Algébrica	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	61,1%	30,6%	57,1%	**47,2%**
Parcialmente Certas	0,0%	11,1%	14,3%	**10,1%**
Erradas	16,7%	50,0%	22,9%	**32,6%**
Não Respondidas	22,2%	8,1%	5,7%	**10,1%**
Número de Alunos	18	36	35	**89**

Quadro 9: Desempenho Alunos na Atividade 4 – Item A

4.4.2 Atividade 4 – Item B

Enunciado: O salário fixo de um segurança é de R$560,00. Para aumentar sua receita, ele faz plantões noturnos em uma boate, onde recebe R$60,00 por noite trabalhada.

b) Encontre o número mínimo de plantões necessários para gerar uma receita superior a R$850,00.

Objetivo Específico: Realizar duas formas de transformação de representação semiótica: tratamento e conversão.

Análise dos Resultados: Nesta atividade os alunos tiveram que demonstrar se sabiam diferenciar a variável x da função f(x), ao substituir corretamente o salário como f(x).

Dos 89 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– 58 alunos encontraram o número correto de plantões;

– 6 alunos deixaram em branco;

– 25 alunos cometeram erros.

Dos alunos que erraram a questão, doze (quase 50%) calcularam o número de plantões considerando apenas o valor pago por plantão (R$60,00), não observando o valor fixo de R$560,00, demonstrando a dificuldade de interpretação e da associação ao item anterior para determinar o número de plantões.

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 4 – Item B	Avaliação das Respostas			
Conversão: Escrita → Algébrica	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	61,1%	11,1%	42,9%	**33,7%**
Parcialmente Certas	11,1%	0,0%	0,0%	**2,2%**
Erradas	22,2%	80,6%	51,4%	**57,3%**
Não Respondidas	5,6%	8,1%	5,7%	**6,7%**
Número de Alunos	18	36	35	**89**

Quadro 10: Desempenho Alunos na Atividade 4 – Item B

4.4.3 Atividade 4 – Item C

Enunciado: O salário fixo de um segurança é de R$560,00. Para aumentar sua receita, ele faz plantões noturnos em uma boate, onde recebe R$60,00 por noite trabalhada.

c) Construa uma tabela com o salário do segurança quando ele fizer, ao longo do mês, nenhum plantão, 4 plantões ou 10 plantões.

Objetivo Específico: Realizar duas formas de transformação de representação semiótica: tratamento e conversão.

Análise: Dos 89 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– 39 alunos construíram uma tabela corretamente;

– 13 alunos deixaram em branco;

– 37 alunos cometeram erros na construção da tabela.

Dos alunos que construíram a tabela corretamente, trinta alunos encontraram a forma algébrica f(x)=60x+560 e a aplicaram na construção da tabela e nove alunos encontraram a forma algébrica corretamente, mas na tabela utilizaram apenas f(x)=60x.

Das respostas totalmente erradas, oito alunos construíram uma tabela correta para a função encontrada no item A, que estava incorreta. Outros oito alunos utilizaram a função f(x)=4x+10 para construir a tabela. Além disso, seis alunos que escreveram corretamente a resposta do item A (função) não fizeram a correlação entre a forma algébrica e a tabular, o que parece evidenciar que estes estudantes não sabem relacionar os diferentes registros de um mesmo objeto matemático.

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 4 – Item C	Avaliação das Respostas			
Conversão: Escrita → Algébrica → Tabular	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	55,6%	33,3%	48,6%	**43,8%**
Parcialmente Certas	16,7%	5,6%	17,1%	**12,4%**
Erradas	16,7%	36,1%	28,6%	**29,2%**
Não Respondidas	11,1%	24,5%	5,7%	**14,6%**
Número de Alunos	18	36	35	**89**

Quadro 11: Desempenho Alunos na Atividade 4 – Item C

4.5 ATIVIDADE 5

Esta atividade foi criada com os objetivos de trabalhar duas formas de representação: tabular e a algébrica e realizar duas formas de transformação de representação semiótica: tratamento e conversão.

Enunciado: Pedro recebeu uma tabela com algumas informações ilegíveis. Ajude Pedro a preencher a tabela, para isso encontre a lei de formação da função[12].

X	f(x)	(x, f(x))
– 5	– 9	(– 5 , – 9)
– 1	– 1	(– 1 , – 1)
7		(7 ,)
	29	(, 29)
71		(71 ,)

Tabela 4: Tabela de dados da atividade 5.

Análise dos Resultados: Dos 89 alunos que participaram desta atividade obteve-se como resultado:

– 6 alunos encontraram a forma algébrica e a tabular corretamente;

– 6 alunos encontraram somente a forma algébrica corretamente;

– 2 alunos construíram somente a forma tabular corretamente;

– 10 alunos deixaram em branco;

– 65 alunos erraram a forma tabular e a algébrica.

Todos os doze alunos que encontraram a forma algébrica, o fizeram por dedução (tentativa e erro), sem utilizarem a construção do sistema de equações, entretanto a metade deles completou a tabela por erro de cálculo.

Apenas três alunos montaram o sistema de equações, mas erraram no seu desenvolvimento. A figura 7 ilustra uma das soluções apresentadas.

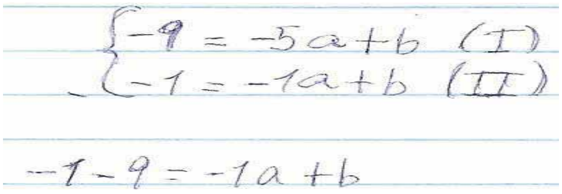


Figura 7

[12] Não foi informado no enunciado que se tratava de uma função afim, mas os alunos estavam cientes de que se tratava desta função. Os alunos só conheciam a função afim quando da aplicação da atividade.

Nesta atividade, propositalmente, não foi colocada uma tabela com valores que facilitassem a determinação da forma algébrica. A dificuldade na manipulação dos sistemas de equações foi o grande obstáculo na realização desta atividade.

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 5 Conversão: Tabular → Algébrica → Tabular	Avaliação das Respostas			
	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	0,0%	0,0%	17,1%	**6,7%**
Parcialmente Certas	33,3%	0,0%	11,4%	**11,2%**
Erradas	33,3%	94,4%	65,7%	**70,8%**
Não Respondidas	33,3%	5,4%	5,7%	**11,2%**
Número de Alunos	18	36	35	**89**

Quadro 12: Desempenho Alunos na Atividade 5

4.6 ATIVIDADE 6

Esta atividade envolve a construção de gráficos a partir de expressões algébricas de duas funções afins, sendo que a primeira é uma função decrescente e, a segunda possui como coeficiente angular um número racional.

Foi criada com o objetivo de se trabalhar até três formas de representação: algébrica, tabular e gráfica.

4.6.1 Atividade 6 – Item A

Enunciado: Construa, num sistema de eixos ortogonais, o gráfico das funções:

a) $f(x) = -2x + 5$

Objetivo específico: Realizar duas formas de transformação de representação semiótica: tratamento e conversão.

Análise dos Resultados: Nesta atividade foi sugerido aos alunos que, a partir da forma algébrica, construíssem uma tabela para determinar, pelo menos, dois pontos pertencentes à função. Esta sugestão teve como referência a resolução dos exemplos apresentada na apostila e, visava a minimizar os erros de determinação das variáveis x e y. Sendo uma sugestão, esta conversão (algébrica→tabular) foi facultativa, não obrigatória.

Dos 94 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– 25 alunos construíram a forma tabular e gráfica corretamente;

– 7 alunos construíram a forma tabular corretamente mas erraram a forma gráfica;

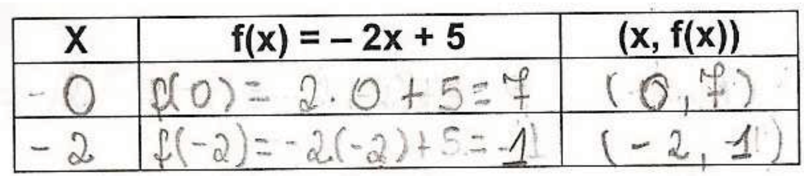
– 16 alunos construíram a forma tabular incorretamente, mas acertaram a forma gráfica para a tabela encontrada;

– 3 alunos deixaram em branco;

– 43 alunos cometeram erros na forma tabular e gráfica.

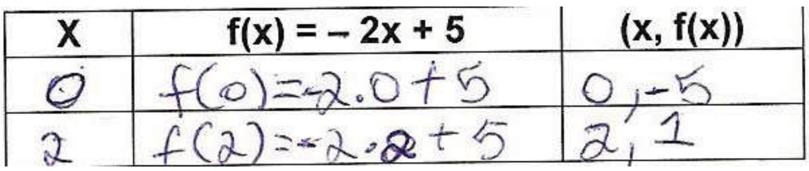
A escolha de uma função decrescente (a<0) foi proposital e teve como objetivo verificar como os alunos se comportariam em relação às operações aritméticas de multiplicação, subtração e adição, envolvendo números inteiros.

Quarenta e cinco (75%) dos alunos que construíram a tabela com erros, cometeram falhas nos cálculos aritméticos (figuras 8 e 9), o que apontou o provável despreparo dos alunos ao final do Ensino Fundamental em relação às operações básicas da matemática.



X	f(x) = – 2x + 5	(x, f(x))
-0	f(0)= 2.0+5=7	(0,7)
-2	f(-2)=-2(-2)+5=-1	(-2,-1)

Figura 8



X	f(x) = – 2x + 5	(x, f(x))
0	f(0)=-2.0+5	0,-5
2	f(2)=-2.2+5	2,1

Figura 9

Os alunos restantes que erraram tanto a forma tabular quanto a gráfica, fizeram a atividade de forma aleatória, sem nenhuma coerência. Não se conseguiu encontrar alguma linha de raciocínio ou conduta na resolução desta atividade na resolução apresentada por esses alunos.

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 6 – Item A Conversão: Algébrica → Tabular → Gráfica	Avaliação das Respostas			
	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	45,8%	18,2%	21,6%	**26,6%**
Parcialmente Certas	16,7%	24,2%	21,6%	**21,3%**
Erradas	29,2%	57,6%	54,1%	**48,9%**
Não Respondidas	8,3%	0,0%	2,7%	**3,2%**
Número de Alunos	24	33	37	**94**

Quadro 13: Desempenho Alunos na Atividade 6 – Item A

4.6.2 Atividade 6 – Item B

Enunciado: Construa, num sistema de eixos ortogonais, o gráfico das funções:

b) $f(x) = \frac{1}{2}x + 4$

Objetivo específico: Realizar duas formas de transformação de representação semiótica: tratamento e conversão.

Análise dos Resultados: Nesta atividade também foi sugerido aos alunos que, a partir da forma algébrica, construíssem uma tabela para determinar, pelo menos, dois pontos pertencentes à função. Esta sugestão teve como referência a resolução dos exemplos apresentada na apostila e, visava a minimizar os erros de determinação das variáveis x e y. Sendo uma sugestão, esta conversão (algébrica→tabular) foi facultativa, não obrigatória. Diferentemente da função do item anterior (f(x)=–2x+4), para o qual o coeficiente angular é um número inteiro, neste item, o coeficiente angular é um número racional, o que requer maior cautela na construção da tabela pela necessidade de cálculos mais cuidadosos.

Dos 94 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– 14 alunos construíram a forma tabular e gráfica corretamente;

– 3 alunos construíram a forma tabular corretamente, mas erraram a forma gráfica;

– 14 alunos construíram a forma tabular incorretamente, mas acertaram a forma gráfica para a tabela construída;

– 24 alunos deixaram em branco;

– 39 alunos construíram a forma tabular e gráfica com erros.

A escolha de uma função crescente com o valor do coeficiente um número racional (a=1/2) foi proposital e teve como objetivo, assim como no item anterior, verificar o comportamento dos alunos nas operações aritméticas de multiplicação e adição envolvendo números racionais. Quarenta e dois alunos (79%), que erraram a forma tabular, apresentaram erros graves de cálculos na manipulação da expressão algébrica (figuras 10 e 11), confirmando mais uma vez o despreparo dos alunos em relação às operações aritméticas básicas.

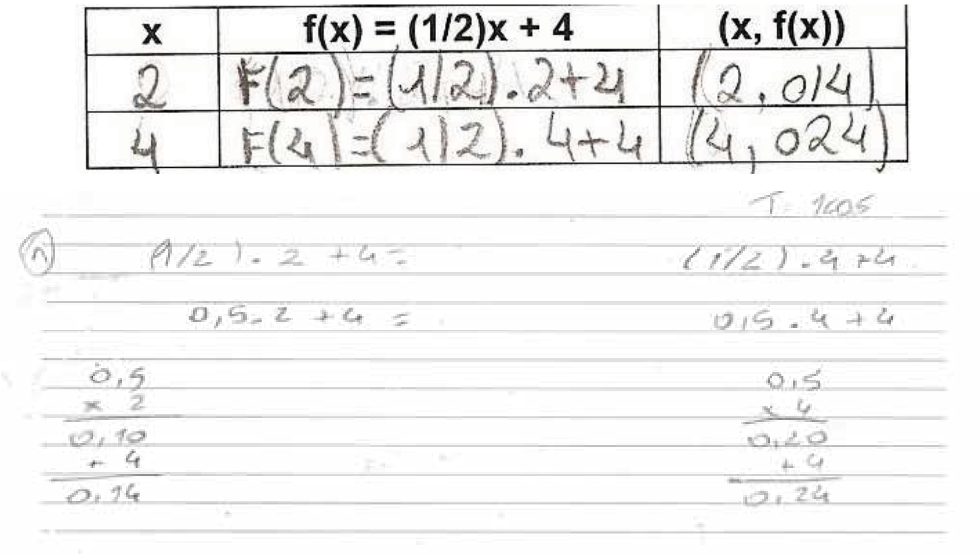


Figura 10

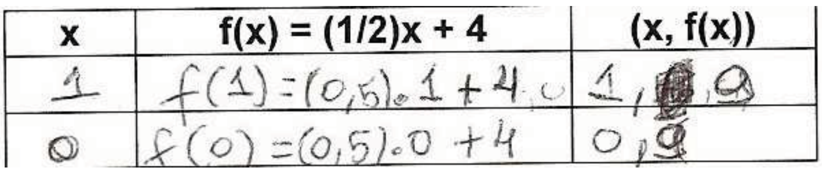


Figura 11

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 6 – Item B	Avaliação das Respostas			
Conversão: Algébrica → Tabular → Gráfica	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	25,0%	6,1%	21,6%	**17,0%**
Parcialmente Certas	12,5%	18,2%	16,2%	**16,0%**
Erradas	16,7%	51,5%	48,6%	**41,5%**
Não Respondidas	45,8%	24,2%	13,5%	**25,5%**
Número de Alunos	24	33	37	**94**

Quadro 14: Desempenho Alunos na Atividade 6 – Item B

Nas atividades 1 a 4 procurou-se trabalhar, de forma contextualizada, com situações que refletissem o cotidiano, numa tentativa de uma melhor compreensão dos enunciados por parte dos alunos. A seguir, são apresentadas as atividades 7, 8 e, 9, para as quais a função afim é utilizada em contextos interdisciplinares.

4.7 ATIVIDADE 7

Esta atividade foi criada com o objetivo de trabalhar três formas de representação: algébrica, tabular e gráfica.

Enunciado (Turma 1 e Turma 3): Um corpo se movimenta em velocidade constante de acordo com a fórmula matemática s = 2t – 3, em que s indica a posição do corpo (em metros) no instante t (em segundos). Construa o gráfico de s em função de t.

Enunciado (Turma 2): Um corpo se movimenta em velocidade constante de acordo com a fórmula matemática f(x) = 2x – 3, em que f(x) indica a posição do corpo (em metros) no instante x (em segundos). Construa o gráfico de f(x) em função de x.

A mudança do enunciado foi para verificar se o uso de outras formas de apresentação de uma função influenciava na interpretação e resolução da atividade, pois nas expressões de uma função é comum representar a variável dependente pela letra y e a independente pela letra x.

Objetivo Específico: Realizar duas formas de transformação de representação semiótica: tratamento e conversão.

Análise dos Resultados: Nesta atividade também foi sugerido aos alunos que, a partir da forma algébrica, construíssem uma tabela para determinar, pelo menos, dois pontos pertencentes à função. Esta sugestão tem como referência a resolução dos exemplos apresentada na apostila e, como finalidade minimizar os erros de determinação das variáveis x e y ou s e t. Sendo uma sugestão, esta conversão (algébrica→tabular) foi facultativa, não obrigatória.

Dos 94 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– 20 alunos construíram a forma tabular e gráfica corretamente;

– 3 alunos construíram a forma tabular corretamente, mas erraram a gráfica;

– 14 alunos construíram a forma tabular incorretamente, mas acertaram a forma gráfica para a tabela construída;

– 26 alunos deixaram em branco;

– 31 alunos cometeram erros na forma tabular e gráfica.

Dos alunos que optaram por utilizar a conversão da forma algébrica para a forma tabular como parte da resolução da atividade, mais da metade apresentou erros de cálculos na manipulação da expressão algébrica. Entretanto vale salientar que, independentemente da construção da tabela de valores, os erros nos cálculos dos valores numéricos relativos à forma algébrica, necessários para se determinar pontos no Plano Cartesiano, ocorreriam de qualquer maneira. Importante também observar que a marcação dos pontos encontrados no plano cartesiano e a construção do gráfico também apresentaram um baixo rendimento entre esses alunos com deficiência em aritmética (figuras 12 e 13).

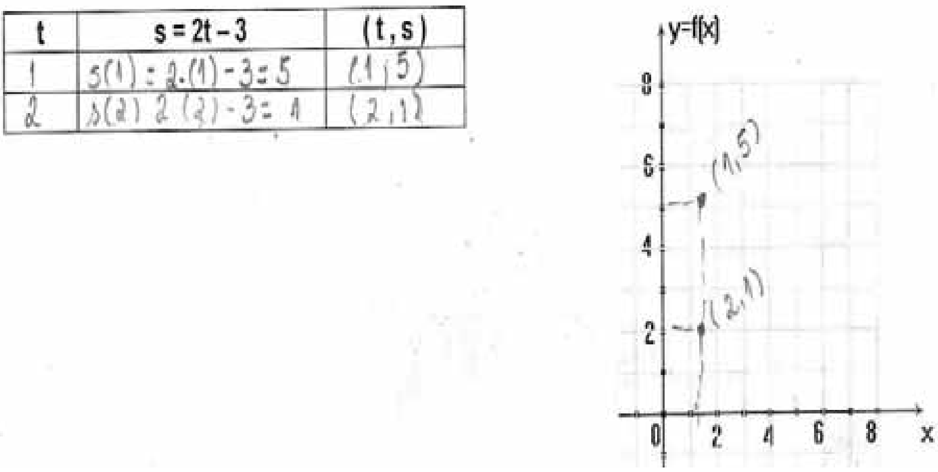


Figura 12

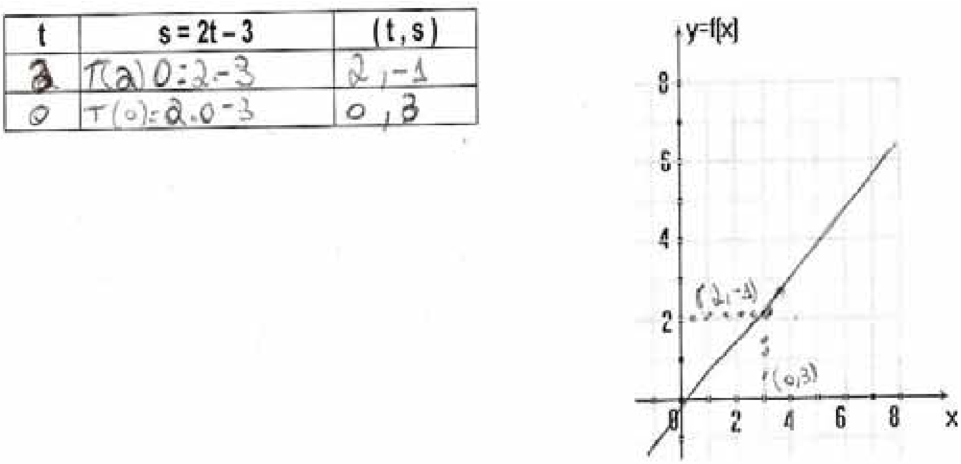


Figura 13

Ao se comparar as turmas 1 e 3, observou-se que seus rendimentos foram relativamente próximos, demonstrando que o enunciado não teve grande influência no desenvolvimento da atividade, ou seja, os alunos erraram ou acertaram independentemente de diferentes denominações para as variáveis da função. A turma 2 obteve um índice alto de respostas erradas e de acertos muito abaixo das outras turmas, embora tenha tido no enunciado a utilização das variáveis x e y explicitadas.

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 7 Conversão: Escrita→Algébrica→Tabular→Gráfica	Avaliação das Respostas			
	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	25,0%	6,1%	32,4%	**21,3%**
Parcialmente Certas	12,5%	18,2%	16,2%	**16,0%**
Erradas	16,7%	51,5%	32,4%	**35,1%**
Não Respondidas	45,8%	24,2%	18,9%	**27,7%**
Número de Alunos	24	33	37	**94**

Quadro 15: Desempenho Alunos na Atividade 7

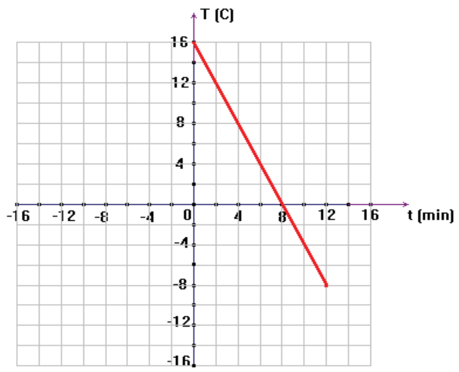
4.8 ATIVIDADE 8

Esta atividade foi criada com o objetivo de se trabalhar a forma algébrica. Possui três itens, que são analisados a seguir.

4.8.1 Atividade 8 – Item A

Enunciado: O gráfico abaixo ilustra a variação da temperatura (T), em graus Celsius (ºC), de uma chapa de metal em função do tempo (t), em minutos (min). Responda:

a) Durante o decorrer do tempo a barra foi aquecida ou resfriada ?



Análise dos Resultados: Nesta atividade os alunos precisavam analisar e interpretar as informações apresentadas na forma gráfica.

Dos 94 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– 50 alunos responderam corretamente;

– 12 alunos deixam em branco;

– 32 alunos responderam errado.

Todos os alunos que erraram, confundiram o comportamento do tempo, que aumenta ao longo do gráfico com a variação da temperatura, que diminui.

O desempenho da turma 1 ficou muito abaixo do esperado, principalmente se comparado com as demais turmas. Não houve uma explicação aparente. Também o resultado dessa turma foi sempre inferior aos das outras turmas nos demais itens desta atividade.

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

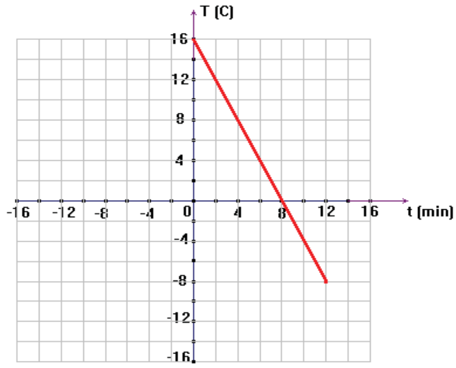
Atividade 8 – Item A Conversão: Não trabalhada	Avaliação das Respostas			
	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	8,3%	78,8%	59,5%	**53,2%**
Erradas	54,2%	21,2%	32,4%	**34,0%**
Não Respondidas	37,5%	0,0%	8,1%	**12,8%**
Número de Alunos	24	33	37	**94**

Quadro 16: Desempenho Alunos na Atividade 8 – Item A

4.8.2 Atividade 8 – Item B

Enunciado: O gráfico abaixo ilustra a variação da temperatura (T), em graus Celsius (ºC), de uma chapa de metal em função do tempo (t), em minutos (min). Responda:

b) A temperatura da chapa esteve por mais tempo positiva ou negativa ?



Análise dos Resultados: Nesta atividade os alunos precisavam analisar e interpretar as informações apresentadas na forma gráfica.

Dos 94 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– 70 alunos responderam corretamente;

– 12 alunos deixaram em branco;

– 12 alunos responderam errado.

Não houve nenhuma surpresa no resultado desta atividade em relação às turmas 2 e 3. Assim como no item anterior, o número de acertos da turma 1 foi muito inferior, destoando em relação às outras turmas.

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 8 – Item B Conversão: Não trabalhada	Avaliação das Respostas			
	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	58,3%	84,8%	75,7%	**74,5%**
Erradas	4,2%	15,2%	16,2%	**12,8%**
Não Respondidas	37,5%	0,0%	8,1%	**12,8%**
Número de Alunos	24	33	37	**94**

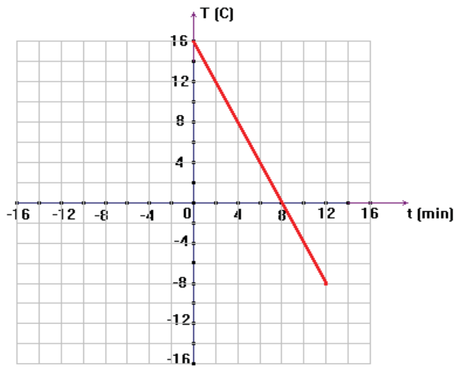
Quadro 17: Desempenho Alunos na Atividade 8 – Item B

4.8.3 Atividade 8 – Item C

Este item C foi criado com o objetivo de se trabalhar, além da forma gráfica, mais duas formas de representação: algébrica e tabular.

Enunciado: O gráfico abaixo ilustra a variação da temperatura (T), em graus Celsius (ºC), de uma chapa de metal em função do tempo (t), em minutos (min). Responda:

c) Determine a lei de formação desta função para o domínio $0 \leq x \leq 12$ min.



Objetivo Específico: Realizar duas formas de transformação de representação semiótica: tratamento e conversão.

Análise dos Resultados: Nesta atividade os alunos precisavam analisar e interpretar as informações apresentadas na forma gráfica.

Dos 94 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– Nenhuma dupla respondeu corretamente;

– 57 alunos deixam em branco;

– 37 alunos responderam errado.

Na apostila 3 dada aos alunos, que introduz a forma gráfica no estudo da função afim, é sugerida que, na conversão da forma gráfica para a algébrica, se usasse uma tabela, com o intuito de melhor organizar as informações retiradas da forma gráfica e sua interpretação. Assim sendo, a realização de duas conversões: gráfica→tabular e depois da tabular→algébrica era opcional, mas poderia ajudar ao aluno que está iniciando o estudo de funções.

Foi observado que nenhuma dupla tentou fazer a conversão da forma gráfica para a tabular e, posteriormente, desta para a algébrica. Também não tentaram retirar do gráfico dois pontos pertencentes à curva para montar o sistema de equações e encontrar a função correta, embora os pontos em que a curva corta os eixos estejam bem definidos e de fácil identificação. Os alunos tentaram encontrar a forma algébrica, por dedução, ou inventaram respostas sem sentido.

Esta atividade demonstra claramente, pelo alto índice de respostas em branco, a dificuldade que os alunos apresentam na conversão da forma gráfica para a algébrica.

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 8 – Item C	Avaliação das Respostas			
Conversão: Gráfica→Tabular→Algébrica	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	0,0%	0,0%	0,0%	**0,0%**
Erradas	12,5%	54,5%	43,2%	**39,4%**
Não Respondidas	87,5%	45,5%	56,8%	**60,6%**
Número de Alunos	24	33	37	**94**

Quadro 18: Desempenho Alunos na Atividade 8 – Item C

4.9 ATIVIDADE 9

Na turma 1 ela foi realizada como avaliação bimestral, sendo assim feita individualmente. As turmas 2 e 3 a realizaram em duplas.

Foi criada com o objetivo de se trabalhar todas as representações: língua natural, algébrica, tabular e gráfica.

Esta atividade possui três itens, que são analisados a seguir.

4.9.1 Atividade 9 – Item A

Enunciado: Um reservatório, em forma de cubo, com 1 metro de aresta, é cheio por uma torneira cuja vazão possibilita, a cada 5 minutos, 10 cm de água no reservatório. A partir destes dados responda as perguntas abaixo.

a) Encontre a função que representa a altura da água em relação ao tempo de enchimento do reservatório.

Objetivos Específicos: Trabalhar duas formas de representação: língua natural e a forma algébrica e realizar um tipo de transformação de representação semiótica: conversão.

Análise dos Resultados: Nesta atividade os alunos precisavam analisar as informações apresentadas na forma escrita para escrevê-la na forma algébrica.

Dos 95 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– 2 alunos responderam corretamente;

– 67 alunos deixaram em branco;

– 26 alunos responderam com erros.

A maioria dos alunos que errou este item da atividade tentou construir uma função que utilizasse os números que apareciam no enunciado, sem interpretá-los como deveria. Quatro alunos (duas duplas) colocaram f(x)=2x+10 como resposta, que se aproxima da correta (f(x)=2x).

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 9 – Item A Conversão: Escrita → Algébrica	Avaliação das Respostas			
	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	8,0%	0,0%	0,0%	**2,1%**
Erradas	40,0%	18,2%	27,0%	**27,4%**
Não Respondidas	52,0%	81,8%	73,0%	**70,5%**
Número de Alunos	25	33	37	**95**

Quadro 19: Desempenho Alunos na Atividade 9 – Item A

4.9.2 Atividade 9 – Item B

Enunciado: Um reservatório, em forma de cubo, com 1 metro de aresta, é cheio por uma torneira cuja vazão possibilita, a cada 5 minutos, 10 cm de água no reservatório. A partir destes dados responda as perguntas abaixo.

b) Construa uma tabela que representa esta situação quando a torneira ficar aberta por 10, 20 e 30 min.

Objetivos Específicos: Trabalhar duas formas de representação: a língua natural e a forma tabular e realizar duas formas de transformação de representação semiótica: tratamento e conversão.

Análise dos Resultados: Nesta atividade os alunos precisavam analisar e interpretar as informações apresentadas na forma escrita para escrevê-la na forma tabular. Esta atividade foi aplicada individualmente.

Dos 95 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– 37 alunos responderam corretamente;

– 2 alunos construíram uma tabela coerente para a função encontrada (errada);

– 35 alunos deixaram em branco;

– 21 alunos responderam com erros.

Diferentemente da atividade 5, nesta, se possibilitou a construção de uma tabela que sugerisse, por dedução, obter a construção da forma algébrica, a qual foi explorada no item anterior. Mais uma vez se observou a dificuldade dos alunos em trabalharem a conversão da língua normal para a forma algébrica, conforme pode ser observada na figura 14. Vale também registrar que alguns dos alunos que responderam corretamente o item B, não fizeram a devida associação deste com o item A, embora utilizassem a lei de formação correta para a construção da forma tabular (figura 14).

Isso também fica evidente ao se comparar a porcentagem de acertos na construção da tabela (39%), com os de acertos na construção da função (2%) na atividade do item anterior.

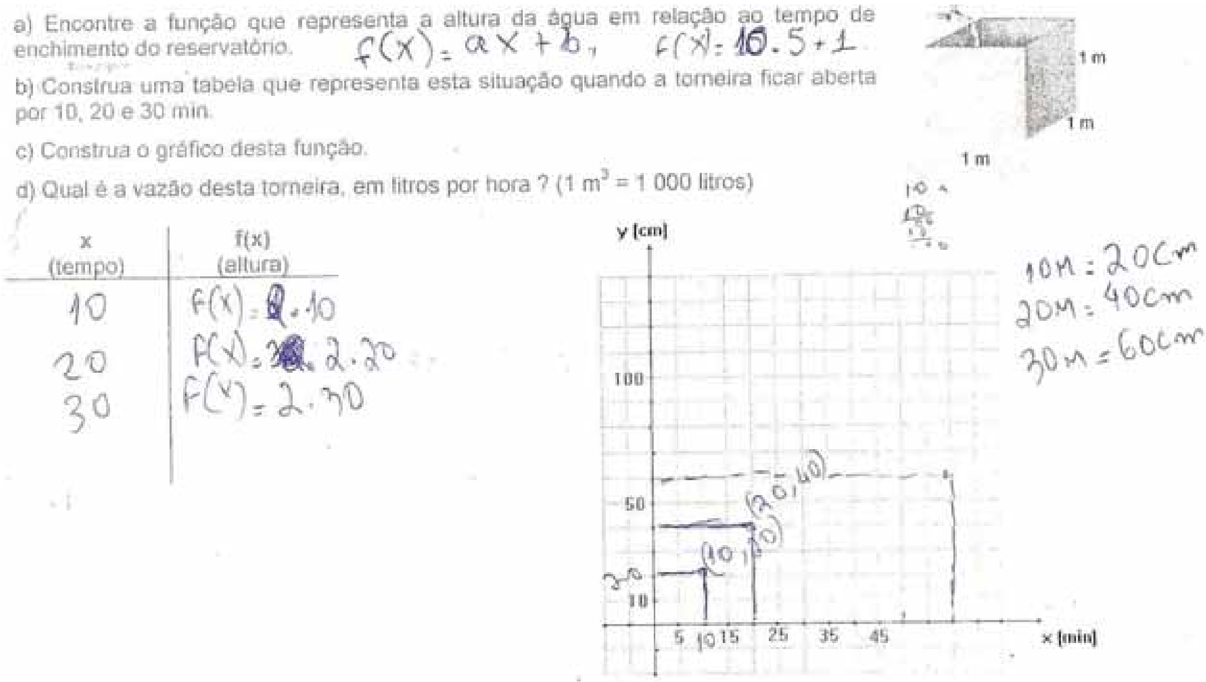


Figura 14

.

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

Atividade 9 – Item B Conversão: Escrita → Tabular	Avaliação das Respostas			
	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	36,0%	42,4%	37,8%	**38,9%**
Parcialmente Certas	0,0%	0,0%	16,2%	**6,3%**
Erradas	24,0%	33,3%	0,0%	**17,9%**
Não Respondidas	40,0%	24,2%	45,9%	**36,8%**
Número de Alunos	25	33	37	**95**

Quadro 20: Desempenho Alunos na Atividade 9 – Item B

4.9.3 Atividade 9 – Item C

Enunciado: Um reservatório, em forma de cubo, com 1 metro de aresta, é cheio por uma torneira cuja vazão possibilita, a cada 5 minutos, 10 cm de água no reservatório. A partir destes dados responda as perguntas abaixo.

c) Construa o gráfico da função que representa a altura da água em relação ao tempo de enchimento do reservatório.

Objetivos Específicos: Este item foi criado com o objetivo de trabalhar, pelo menos, três formas de representação: língua natural, forma algébrica e gráfica, sendo opcional a utilização da forma tabular. Também teve como objetivo realizar duas formas de transformação de representação semiótica: tratamento e conversão.

Análise dos Resultados: Nesta atividade os alunos precisavam analisar e interpretar as informações apresentadas na forma escrita para escrevê-la na forma algébrica. Esta atividade foi aplicada individualmente.

Dos 95 alunos que participaram desta atividade, obteve-se como resultado:

– 39 alunos construíram o gráfico corretamente;

– 6 alunos marcaram os pontos da tabela corretamente, mas não completaram o gráfico;

– 38 alunos deixaram em branco;

– 12 alunos construíram o gráfico com erros.

Os resultados desta atividade estão intimamente ligados ao desempenho dos alunos na construção da forma tabular (item B). Quase todos os alunos que construíram o gráfico com acerto, o fizeram a partir destes dados (tabela), e não pela utilização da expressão algébrica (item A). Estes fatos reforçam as dificuldades dos alunos na conversão para a forma algébrica conforme as figuras 15 e 16.

Abaixo é apresentado o quadro demonstrativo do desempenho dos alunos.

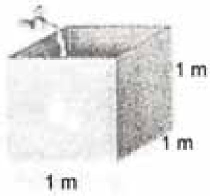
Atividade 9 – Item C	Avaliação das Respostas			
Conversão: Escrita→Algébrica→Tabular→Gráfica	Turma 1	Turma 2	Turma 3	**Geral**
Certas	20,0%	36,4%	43,2%	**34,7%**
Parcialmente Certas	12,0%	6,1%	5,4%	**7,4%**
Erradas	20,0%	24,2%	5,4%	**15,8%**
Não Respondidas	48,0%	33,3%	45,9%	**42,1%**
Número de Alunos	25	33	37	**95**

Quadro 21: Desempenho Alunos na Atividade 9 – Item C

a) Encontre a função que representa a altura da água em relação ao tempo de enchimento do reservatório.

b) Construa uma tabela que representa esta situação quando a torneira ficar aberta por 10, 20 e 30 min.

c) Construa o gráfico desta função.



x (tempo)	f(x) (altura)
5	10
10	20
20	40
30	60

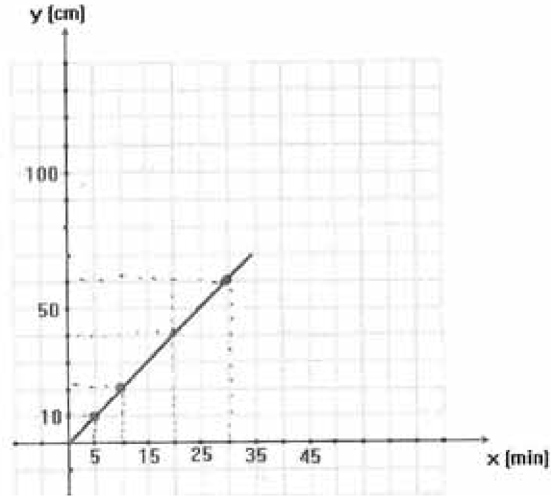


Figura 15

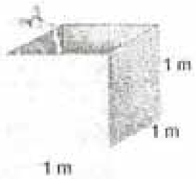
1^a QUESTÃO – Um reservatório, em forma de cubo, com 1 metro de aresta, é cheio por uma torneira cuja vazão possibilita, a cada 5 minutos, 10 cm de água no reservatório. A partir destes dados responda as perguntas abaixo.

a) Encontre a função que representa a altura da água em relação ao tempo de enchimento do reservatório.

b) Construa uma tabela que represente esta situação quando a torneira ficar aberta por 10, 20 e 30 min.

c) Construa o gráfico desta função.

d) Qual é a vazão desta torneira, em litros por hora ? ($1\ m^3$ = 1 000 litros)



x (tempo)	f(x) (altura)
5	10
10	20
15	30
20	40
25	50

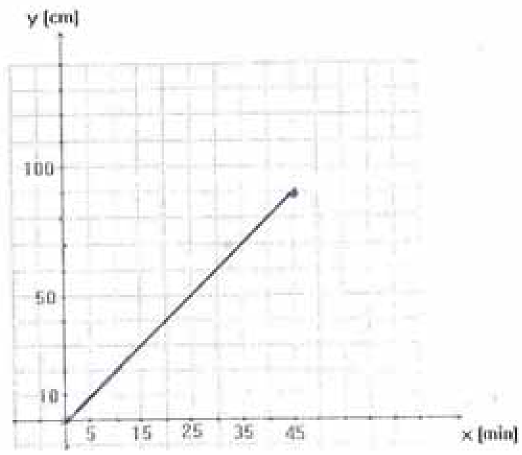


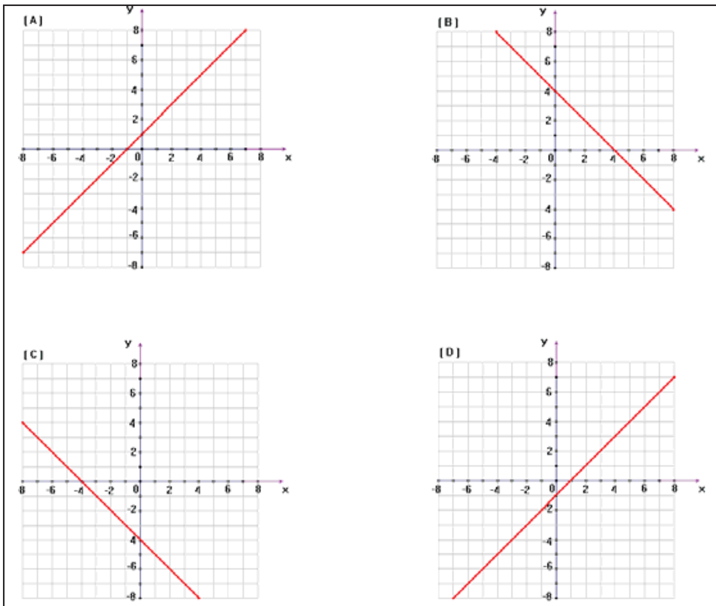
Figura 16

4.10 Atividade 10

Esta atividade, na turma 1, foi realizada como avaliação bimestral, sendo assim feita individualmente. As turmas 2 e 3 a realizaram em dupla.

Foi criada com o objetivo de se trabalhar três formas de representação: algébrica, tabular e gráfica.

<u>Enunciado</u>: Na coluna da esquerda estão alguns gráficos e na coluna da direita funções e tabelas. Faça a correlação entre as colunas.



( ) $f(x) = -x - 4$

( )

x	f(x)
4	5
– 2	– 1

( ) $f(x) = x - 1$

( )

x	f(x)
3	1
– 2	6

Tabela 5 – Tabela de dados da Atividade 10

<u>Objetivo específico</u>: Realizar duas formas de transformação de representação semiótica: tratamento e conversão.

<u>Análise dos Resultados</u>: Nesta atividade os alunos precisavam analisar e interpretar as informações apresentadas na forma gráfica para escrevê-la na forma algébrica ou tabular.

No enunciado da atividade, na coluna da direita há quatro itens: duas expressões e duas tabelas. No quadro abaixo, cada uma das colunas de respostas (1 a 4) representa o percentual de respostas dadas pelos alunos; as sombreadas indicam as corretas. Participaram desta atividade 95 alunos.

Atividade 10	Respostas			
	1	2	3	4
Letra A	3 %	28 %	44 %	20 %
Letra B	12 %	32 %	3 %	45 %
Letra C	76 %	9 %	4 %	8 %
Letra D	4 %	26 %	44 %	22 %
Em branco	5 %	5 %	5 %	5 %

Quadro 22 – Desempenho dos Alunos na Atividade 10

Por ser uma atividade de múltipla escolha, não é possível uma análise concreta dos resultados, porém algumas informações chamam a atenção, principalmente as que envolvem a forma algébrica.

Conversão da forma gráfica para a algébrica (repostas 1 e 3):

- A resposta 1 (f(x)=–x–4) representa uma função afim decrescente (a<0); teria então como respostas possíveis os gráficos B e C. Observa-se que 88% (76 + 12) dos alunos assinalaram os gráficos decrescentes, com a grande maioria marcando a resposta correta (letra B).
- A resposta 3 (f(x)=x–1), representa uma função afim crescente (a>0), teria então como respostas possíveis os gráficos A e D. Observa-se que também 88% (44 + 44) dos alunos assinalaram os gráficos crescentes, porém, diferentemente da primeira resposta, esta teve o mesmo número de acertos (letra D) e erros (letra A).

Conversão da forma gráfica para a forma tabular (respostas 2 e 4):

A tabela da resposta 2 está representada na forma gráfica pela letra A e, da resposta 4 pela letra B. Propositalmente, não se colocou, nas tabelas, nenhum ponto de interseção da curva com os eixos. Assim só restou uma forma de se achar as respostas corretas, sem efetuar cálculos, através das correspondências dos pontos do plano cartesiano pertencentes ao gráfico com as variáveis x e y na tabela, o que contribuiu para as respostas ficarem bem distribuídas entre as formas gráficas A, B e D. A única conclusão, que pode ser retirada das respostas dadas pelos alunos, é que as dificuldades para se trabalhar a conversão da forma gráfica para a tabular são maiores que no sentido oposto (tabular→gráfica), realizadas em atividades anteriores.

Após a análise das atividades que foram trabalhadas com os alunos são apresentadas as conclusões gerais desta dissertação.

CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES

Em levantamento realizado junto a CAPES sobre dissertações e teses defendidas na última década, 2000 a 2009, sobre o tema “funções matemática” observa-se um aumento significativo nos dois últimos anos (2008 e 2009) em relação às dissertações de mestrado e também, a realização de teses de doutorado nos últimos quatro anos (2006 a 2009) explorando este tema. Não apenas estes fatos chamam a atenção, mas também o número de instituições, públicas e particulares, participantes. Computou-se doze instituições federais; sete instituições estaduais e doze instituições particulares, perfazendo um total de trinta e uma instituições desenvolvendo pesquisas sobre o tema “funções matemática”; principalmente em abordagens com enfoques histórico, na formação de professores, na educação básica ou superior e, com o uso de tecnologias.

Nesta dissertação, trabalhou-se com quatro formas de registros de representações da função afim (língua natural, forma algébrica, forma tabular e forma gráfica). Buscou-se descobrir em quais conversões (passagem de um registro para outro) os alunos apresentavam maiores dificuldades e as que possuíam maiores facilidades.

A cada ano, os alunos têm chegado ao Ensino Médio com crescente deficiência de leitura, escrita e interpretação, além das operações básicas em matemática. Estas deficiências afetam o processo de aprendizagem, pois reduzem a capacidade de raciocínio, de abstração e de expressão desses alunos, o que ocasiona um enorme abismo em todo esse processo. Por esses motivos, optou-se, nesta pesquisa, em se trabalhar com três turmas ao invés de uma só e em dois momentos diferentes (2009 e 2010). Também houve o cuidado de que todos os alunos presentes nas aulas participassem de cada uma das atividades, independentemente de seu desempenho acadêmico.

Nas atividades um e três, trabalhou-se com a conversão da língua natural para a forma algébrica. O resultado obtido pelas turmas 2 e 3, em torno de onze por cento, ficou muito abaixo da turma 1 com trinta e cinco por cento de acerto na atividade um, o que indicou a dificuldade dos alunos nesta conversão. Ainda nesta atividade, trinta por cento dos alunos participantes colocaram a resposta f(x)=2x, corroborando as conclusões obtidas por Clement, Lochhead e Monk (1981), citada na folha 32 dessa dissertação, que “nos problemas em que se pede para os alunos escreverem uma equação, a partir de uma sentença, relacionando duas variáveis, frequentemente eles escrevem o contrário do que pretendem”.

Na atividade dois, as turmas 1 e 2 mantiveram o mesmo índice de acertos. O maior percentual geral de acerto deveu-se ao aumento acentuado de respostas corretas da turma 3 que, isoladamente, obteve um rendimento satisfatório, mas os alunos desta turma não souberam aplicá-las nos itens B e C. Foi observado também o aparecimento de erro conceitual em um terço das respostas incorretas (f(x)=400x+2) com a troca dos coeficientes da função afim. No item D, no qual se pedia apenas leitura e interpretação do enunciado, obteve-se um ótimo índice de acerto (oitenta e dois por cento), destoando dos índices de acertos obtidos nos itens A, B e C, entre trinta e três e cinquenta por cento. Pelo expressivo acerto no item D, fica nítido que os alunos interpretaram o enunciado corretamente (língua natural) e desta representação retiraram a resposta. A partir deste comportamento, há uma indicação de que a transformação para a forma algébrica solicitada em item anterior, não foi realizada por alguns alunos, não por problemas de entendimento do enunciado e sim, por dificuldades na conversão da língua natural para a forma algébrica, o que ratifica Clement, Lochhead e Monk (1981), citada na folha 32 dessa dissertação.

Na atividade três, o comportamento das turmas manteve-se próximo ao das anteriores, persistindo os problemas de conversão da língua natural para a forma algébrica. Nesta atividade também foi observado o mesmo erro conceitual apresentado na atividade anterior.

Na atividade quatro, no item A, foi trabalhada a conversão da língua natural para a forma algébrica, obtendo-se um bom índice de acertos em duas das três turmas, sendo a turma 1 com sessenta e um por cento e a turma 3 com cinquenta e sete por cento, diferentemente das atividades anteriores. Não foi percebida pelo professor uma mudança de atitude das turmas que justificasse esta melhora. Como esta atividade foi realizada em data posterior às três primeiras, talvez alguns esclarecimentos, feitos pelo professor, tenham influenciado no resultado desta atividade. No item C, trabalhou-se a conversão da língua natural para a forma tabular, com um índice de aproximadamente cinquenta por cento de acerto em duas das três turmas. Foi observado também que quase oitenta por cento dos alunos que encontraram a forma algébrica no item A, construíram a tabela com acerto.

Na quinta atividade, o péssimo índice de acerto de todas as turmas, com as turmas 1 e 2 com nenhum acerto e a turma 3 com apenas seis acertos, foi devido à dificuldade dos alunos em realizarem as transformações por tratamento e não de conversão. Houve erros na manipulação dos dados da tabela.

Na sexta atividade, tanto no item A quanto no B, a maioria dos erros ocorreu na construção da tabela de dados, que foi a 1ª conversão a ser realizada, ou na marcação dos pontos no plano cartesiano e construção do gráfico (2ª conversão). Desprezando-se as respostas em branco, a conversão da forma tabular para a gráfica obteve um rendimento satisfatório, em torno de quarenta e três por cento, superior ao da conversão da forma algébrica para a tabular que ficou em trinta por cento.

No que se refere à sétima atividade, por envolver uma função mais simples, os índices de acertos foram um pouco melhores, sendo que a passagem da forma tabular para a gráfica obteve uma média de cinquenta por cento de acerto, e na conversão da forma algébrica para a tabular apareceu um índice de trinta e quatro por cento.

Pode-se afirmar que as deficiências em operações aritméticas básicas contribuíram para um resultado abaixo do esperado nas quinta, sexta e sétima atividades. Foi observado pelo professor, que estas deficiências trouxeram um desgaste físico e emocional muito grande durante a realização das atividades. Muitos alunos usaram expressões do tipo “vamos desistir” ou “realizando sem muita certeza nas contas” e também que “as atividades estavam muito cansativas”.

Na oitava atividade, nos itens A e B cobrou-se a análise e interpretação do gráfico. De um modo em geral, o retorno das respostas foi muito bom, entre sessenta e oitenta por cento, com exceção da turma 1 no item A. Mas no item C, quando se pedia a conversão da forma gráfica para a tabular (opcional) e depois para a algébrica, os resultados foram ínfimos (nenhum acerto) em todas as turmas; o que indica a grande dificuldade dos alunos nas conversões da gráfica→tabular ou da gráfica→algébrica.

Na nona atividade foi observado que:

- No item A, que trabalhou a conversão da língua natural para a forma algébrica, houve um índice de acertos praticamente nulo, devido à dificuldade dos alunos em realizarem as transformações por conversão para a forma algébrica;

- No item B os alunos podiam utilizar duas conversões para chegar à forma tabular: a conversão da língua natural para a tabular ou da forma algébrica para a tabular. O aumento do índice de acerto está intimamente ligado à maior facilidade que os alunos têm em realizar as transformações por conversão para a forma tabular;
- No item C trabalhou-se a conversão da forma tabular para a gráfica. Quase todos os alunos que realizaram com acerto o item anterior, também o fizeram na construção da forma gráfica, entretanto não tiveram abstração suficiente para encontrar a forma algébrica. Os que não conseguiram realizar os itens A e B, também não realizaram o item C.

Em relação a essa atividade, além das considerações anteriores, ficaram nítidas algumas outras situações:

- Muitos alunos ao interpretar corretamente o enunciado, constroem a forma tabular utilizando um raciocínio algébrico coerente;
- Realizam a conversão da forma tabular para a gráfica com alguma facilidade;
- Não reconhecem a pluralidade de representação e a articulação entre os diferentes registros, corroborando a citação de Sierpinska na folha 31 desta dissertação.

Na décima atividade, por ser de múltipla escolha, não se pode verificar se as conversões da forma gráfica para a algébrica ou da forma gráfica para a tabular foram realizadas pelos alunos, porém é possível observar a grande dificuldade dos alunos na interpretação de um gráfico, principalmente na associação com a forma tabular.

Muitos resultados ratificam os encontrados em pesquisas semelhantes apresentados nas folhas 31 a 35 desta dissertação. De fato, é possível verificar, em relação às atividades referidas nesta dissertação que :

- As maiores dificuldades estão relacionadas nas conversões que envolvem a forma algébrica. As atividades de conversão da língua natural para expressão algébrica e, da forma tabular para a algébrica apresentaram um baixo rendimento. Os alunos não veem a forma algébrica como uma representação que possibilita determinadas informações, pois ela envolve uma linguagem própria da matemática. Para a maioria dos alunos, esta representação possui apenas letras e números com pouco ou nenhum significado. Como observado nas atividades dois, quatro e nove, dificilmente os alunos observam que a língua natural e a forma algébrica representam o mesmo objeto matemático.

- Outra dificuldade apresentada está nas conversões para a forma gráfica. Muitos alunos conseguem fazer as conversões da forma algébrica ou tabular para a gráfica com alguma facilidade, mas o caminho inverso apresenta uma dificuldade muito maior, corroborando a citação de Kieran e outros na folha 32 deste trabalho. Os alunos não conseguem analisar um gráfico de forma satisfatória, é apenas um monte de pontos ligados por uma reta. Em questões que envolveram interpretação de gráfico, a maioria dos erros ocorreu pela não associação das variáveis, derivadas da situação-problema, com os valores representados por cada ponto, pertencente à curva, no Plano Cartesiano.
- As conversões que envolveram a forma tabular foram as que retornaram melhores resultados. Aquelas que envolveram a língua natural e passagem da forma tabular para a forma gráfica geraram um bom retorno, o mesmo não se pode dizer a respeito da passagem da forma algébrica para a tabular. No tratamento da forma algébrica apareceram erros graves de aritmética que impossibilitaram a construção das tabelas de valores com correção. Depois de mais de trinta séculos após os Babilônicos e os Egípcios utilizarem a forma tabular como primeira representação para registrar experimentos empíricos que hoje podem ser associados a funções, muitos alunos ainda continuam tendo esta representação como a de maior compreensão e facilidade de manipulação, indicando uma possível falha no processo de aprendizagem e manuseio de formas “mais sofisticadas” de representação do objeto matemático função, principalmente as formas algébrica e gráfica.

Por fim, é possível responder as perguntas feitas na folha 16 desta dissertação, em relação ao ensino da função afim:

\- A utilização dos Registros de Representações Semióticas auxilia no ensino e compreensão de suas várias representações ?

Os resultados apresentados pelos alunos demonstram que o emprego dos registros, de forma escalonada, facilitou o ensino da Função Afim e ajudou na detecção das dificuldades de conversão e tratamento, apontando em qual(is) das conversões ocorreram maiores facilidades e dificuldades.

- A proposta de se trabalhar situações-problema de forma contextualizada e interdisciplinar contribui para uma aprendizagem mais significativa do conteúdo?

Procedimentos que possibilitam evitar um ensino que apenas privilegie abordagens envolvendo cálculo algébrico e valorizem outras que utilizam aplicações do tema função afim em situações diversificadas facilitam a compreensão e aprendizagem do conteúdo.

A utilização de procedimentos metodológicos adequados propicia uma melhor avaliação do real aproveitamento dos alunos em relação ao conteúdo trabalhado. Muitas das dificuldades que apareceram no decorrer das atividades podem perfeitamente passar despercebidas, caso se siga apenas a sequência didática adotada pelos livros.

Embora não conclusiva, pode se afirmar que a vivência com diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático; no caso a função afim contribui para tornar os alunos capazes em relação ao processo de reconstrução do conhecimento, principalmente quando as atividades são realizadas em grupo, conforme foi trabalhado nesta pesquisa. Atividades que exigem tomadas de decisões frente a situações-problema e desafios que ocorrem no cotidiano fazem com que os alunos cresçam como cidadãos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARDENGHI, Marcos José. **Ensino aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil**. Dissertação (Mestrado Em Educação Matemática). PUC-SP, São Paulo, 2003.

BARALLOBRES, Gustavo Néstor. **O conceito de função como modelo matemático.** Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada). UNICAMP, Campinas, 1998.

BORDONI, Thereza. **Uma postura interdisciplinar**. Disponível em http://www.forumeducacao.hpg.ig.com.br/textos/textos/didat_7.htm, 2002. Acesso em 15 de novembro de 2009.

________.**Revista Atividades e Experiências**. p. 13-15, maio de 2008. Entrevista.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 2ª ed., 2003.

BRASIL: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília, 2000.

________. Ministério da Educação, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília, 2006.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática.** Lisboa: Tipografia Lousanense.1989, p.107-210.

CORRÊA, Isabella Moreira de Paiva. **Como se fala matemática ?** Dissertação (Mestrado em Educação). UFMT, Cuiabá, 2008.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática, volume único**. São Paulo: Editora Ática, 2008.

DUVAL, Raymond. **Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. IN: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica. Campinas, São Paulo. Papirus, p. 11-33, 2ª ed, 2005.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**; tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 1995.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. **Interdisciplinaridade: um projeto em parceria**. São Paulo: Loyola, 1993.

FERNANDES, Francisco; LUFT, Celso Pedro; GUIMARÃES, F. Marques. **Dicionário Brasileiro Globo**. 30ª ed. São Paulo: Globo, 1993.

FERNANDES, Suzana da Silva. **A contextualização no ensino de matemática - um estudo com alunos e professores do ensino fundamental da rede particular de ensino do Distrito Federal.** Artigo disponível no endereço www.matematica.ucb.br/sites/000/68/00000081.pdf Acesso em 30 de novembro de 2009.

FILIPPSEN, Rosane Maria Jardim. **Educação matemática e educação ambiental: educando para o desenvolvimento sustentável**. Revista Liberato (Novo Hamburgo), v. 5, p. 12-17, 2004.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto. **Matemática completa**. São Paulo: FTD, 2005.

GONÇALVES, Francisca dos Santos. **Interdisciplinaridade e construção coletiva do conhecimento: concepção pedagógica desafiadora**. Educação & Sociedade, v. 15, n. 49, p. 468-484. Campinas: Papirus/CEDES, 1994.

Governo do Estado de Minas Gerais, Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais, Centro de Referência Virtual do Professor (CRV). **Contextualização em matemática e interdisciplinaridade.** Disponível em http://crv.educacao.mg.gov.br/sistema_crv/minicursos/matematica_em/cap_contextualizacao.htm**.** Acesso em 05 de novembro de 2009.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Oswaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze de. **Matemática: ciência e aplicações**. Atual Editora, 2005.

IFRAH, Georges. **Os números: a história de uma grande invenção**. Tradução por Stella Maria de Freitas Senna. 9 ed. São Paulo: Globo, 1998.

KIERAN, Carolyn. The Learning and Teaching of School Algebra. **Handbook of research on mathematics, teaching and learning,** cap. XVII. Ed. NCTM – MacMillan Publishing Co.-NY; U.S.A. 1992. Tradução: Vilma M. Mesa. Disponível em http://www.comunidades.ipn.mx/riieeme/Languages/Espanol/UploadFiles/Documents/53Kieran(1992).pdf. Acesso em 18 de julho de 2010.

LIMA, Elon Lajes; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **A matemática do ensino médio**. Vol. 1. Rio de Janeiro: SBM, 2005.

LOPES, Wagner Sanchez. **A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função: uma proposta de ensino**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC-SP, São Paulo, 2003.

MENDES, Maria Helena Monteiro. **O conceito função: aspectos históricos e dificuldades apresentadas por alunos na transição do segundo para o terceiro grau**. Dissertação (Mestrado). PUC-RJ, Rio de Janeiro, 1994.

MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie Aparecida Fortes Salzano. **Aprendizagem significativa. A teoria de David Ausubel**. São Paulo: Moraes, 1982.

MOURA, Anna Regina Lanner de; SOUSA, Maria do Carmo de. **O ensino da álgebra vivenciado por professores do Ensino Fundamental: a particularidade e a singularidade dos olhares**. In: VII Encontro Paulista de Educação Matemática, 2004, São Paulo. Anais do VII Encontro Paulista de Educação Matemática. São Paulo : USP, 2004. v. 1.

OLIVEIRA, Nanci. **Conceito de função: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem.** Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). PUC-SP, São Paulo, 1997.

PAIVA, Manoel. **Matemática, volume único**. São Paulo: Editora Moderna, 2008.

PALARO, Luzia Aparecida. **Leonhard Euler e o conceito de função**. In: Seminário Educação 2008: 20 anos de Pós Graducação em Educação, avaliação e perspectivas. Cuiabá, 2008.

PELHO, Edelweiss Benez Brandão. **Introdução ao conceito de função: a importância da compreensão das variáveis**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC/SP. São Paulo, 2003.

PIAGET, Jean. **A equilibração das estruturas cognitivas**. Rio de Janeiro: Zahar, 1976

REZENDE, Wanderley Moura. **Dos escolásticos às novas tecnologias: uma contribuição para o ensino da função quadrática**. In: VI Seminário de Pesquisa em Educação Matemática, 2008, Rio de Janeiro. Anais do VI Seminário de Pesquisa em Educação Matemática. Rio de Janeiro : SBEM-RJ, 2008. p. 1-9.

RODRIGUES, Daniela Milaneze. **A compreensão de alunos, ao final do ensino médio, relativa ao conceito de variável.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC-SP, São Paulo, 2008.

SÁ, Pedro Franco de; SOUZA, Glageane da Silva; SILVA, Isaac Dayan Bastos da. **A construção do conceito de função: alguns dados históricos**. Traços, Belém, v. 6, n. 11, p. 81-94, 2003.

SANTOS, Cintia Aparecida Bento dos; CURI, Edda. **Alguns aspectos de articulação entre as teorias da didática francesa e suas contribuições para formação de professores**. REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática. v.4.5, p.53-66, UFSC: 2009. Disponível em http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/13066/12160 Acesso em 11 de novembro de 2009

SCHUBERT, Claudio. **Formação para a cidadania: reflexões pela ótica da filosofia da educação**. Trabalho apresentado no III Simpósio Internacional e VI Fórum Nacional de Educação – Ulbra, Torres, RS, 27 a 30 de maio de 2009.

SIERPINSKA, Anna. On understanding the notion of function, em "**The concept of function – aspects of epistemology and pedagogy**", Dubinsk e Harel (Ed.) M.A.A. Notes, v.25, p 25-58, 1992.

SILVA, Alexandre de Paula. **Conceito de função: atividades introdutórias propostas no material de matemática do ensino fundamental da rede pública estadual de São Paulo**. (Mestrado em Ensino da Matemática). PUC-SP, São Paulo, 2008.

SILVA, Mariluze Ferreira de Andrade e. **Revista Eletrônica Metavnoia**. Lógica e teoria da linguagem de Condillac. São João del-Rei, n.4, p. 21-24, 2002. Artigo disponível em http://www.funrei.br/publicações/Metavnoia. Acesso em 28 de dezembro de 2009.

SILVA, Umberto Almeida. **Análise da abordagem de função adotada em livros didáticos da educação básica**. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). PUC-SP, São Paulo, 2007.

TUFANO, Wagner. **Contextualização**. In: Fazenda, Ivani Catarina Arantes (Org.). Dicionário em Construção: interdisciplinaridade. São Paulo: Cortez, 2001.

UNIRIO - CCET – **Repensando a educação na era da internet**. Disponível em http://www.uniriotec.br/~pimentel/disciplinas/ie2/infoeduc/aprcognitivismo.html. Acesso em 07 de outubro de 2009.

VASCONCELLOS, Maria José Couto de; SCORDAMAGLIO, Maria Terezinha; CÂNDIDO Suzana Laino. **Matemática: projeto escola e cidadania para todos**. São Paulo: Editora do Brasil, 2004.

YOUSCHKEVITCH, Adolf P. **Le concept de fonction jusqu'au milieu du XIX e siècle**. In.: Fragments d'histoire des mathématiques. Paris: Brochure A.P.M.E.P., n. 41, p. 7-68, 1981.

YOUSSEF, Antonio Nicolau; SOARES, Elizabeth; FERNANDEZ, Vicente Paz. **Matemática: volume único para o ensino médio**. São Paulo: Scipione, 2004. (Coleção: De olho no mundo do trabalho)

APÊNDICES

Apêndice A – AULAS DE REVISÃO

Apêndice A1 – Aula de Revisão 1

1ª Aula de Revisão

PARTE 1

No Ensino Fundamental são estudadas equações do 1º grau e equações do 2º grau. Descubra qual(is) das expressões abaixo são equações do 1º grau ou equações do 2º grau, quando escritas na forma geral.

1) $4x+1=4+x$	**8)** $10=2(4-x)$
2) $x=\dfrac{6-x}{x}$	**9)** $f(x)=2x^2-4x+4$
3) $3x^2(1+x)-4=0$	**10)** $8+6x=x^2$
4) $\dfrac{x+5}{x}=3$	**11)** $3x^2 \rangle 6+x$
5) $2x+8\langle 0$	**12)** $x(2-3x)+2(x+3)=0$
6) $f(x)=5x+8$	**13)** $5x+10$
7) x^2+3x-9	**14)** $\dfrac{x}{2}-\dfrac{x}{3}=\dfrac{x+12}{6}$

Respostas:

a) São Equações do 1º grau as equações de números:
   ....
b) São Equações do 2º grau as equações de números:
   ....

Utilize este espaço e o verso da folha para cálculos, se necessário

1ª Aula de Revisão

PARTE 2

1ª questão: Uma equação do 1º grau de variável (incógnita) x tem como forma geral a expressão **ax + b = 0**, com **a** e **b** $\in \mathbb{R}$. Determine os valores de **a** e **b** para cada uma das equações abaixo:

a) $4x + 1 = 4 + x$ → a =................ e b = ...

b) $\dfrac{x+5}{x} = 3$ → a =................ e b = ...

c) $10 = 2(4 - x)$ → a =................ e b = ...

d) $3x = 4$ → a =................ e b = ...

e) $5(1 - x) - 2x = 4$ → a =................ e b = ...

2ª questão: Uma equação do 2º grau de variável (incógnita) x tem como forma geral a expressão **ax² + bx + c = 0**, com **a**, **b** e **c** $\in \mathbb{R}$. Determine os valores de **a, b** e **c** para cada uma das equações abaixo:

a) $x = \dfrac{6-x}{x}$ → a =............. b = ... c = ...

b) $8 + 6x = x^2$ → a =............. b = ... c = ...

c) $x(2 - 3x) + 2(x + 3) = 0$ → a =............. b = ... c = ...

d) $x^2 + \dfrac{3}{2} = 2$ → a =............. b = ... c = ...

e) $4x(x + 2) = 7x - 5 + x$ → a =............. b = ... c = ...

Utilize este espaço e o verso da folha para cálculos, se necessário

Apêndice A2 – Aula de Revisão 2

2ª Aula de Revisão

Tente encontrar uma equação que permita chegar à solução, em cada uma das questões abaixo. A seguir desenvolva-a até descobrir o resultado final.

1ª questão: O triplo da idade de André mais 18 é igual a 81 anos. Qual é a idade de André ?

2ª questão: A sequóia é considerada a espécie de árvore mais alta do mundo. Se multiplicarmos por 2 a altura que uma sequóia pode atingir e adicionarmos 96 metros, obtemos 330 metros. Qual é a altura que essa árvore pode atingir ?

3ª questão: A soma de dois números consecutivos é 37. Quais são esses números?

4ª questão: Um ciclista desistiu da competição ao completar $^1/_4$ do percurso total. Se ele tivesse corrido mais 2 quilômetros, teria cumprido $^1/_3$ do percurso total. Quantos quilômetros tem o percurso total ?

5ª questão: Na casa de Geraldo tem um jardim de formato retangular com 38 metros de perímetro. O comprimento do jardim é 5 metros maior que sua largura. Quais são as dimensões do jardim da casa de Geraldo ?

6ª questão: A diferença atual entre a idade de Carlos e da Bruna é de 15 anos. Daqui a 5 anos a idade de Bruna será a metade da idade de Carlos. Quais são as idades atuais de Carlos e Bruna ?

Utilize este espaço e o verso da folha para os cálculos necessário

Apêndice A3 – Aula de Revisão 3

3ª Aula de Revisão

SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

Carolina pergunta a Ana como ela pode escrever na forma de equação o que está pensando: “A soma de dois números é 7. Quais são esses possíveis números?”

Ana respondeu à Carolina: São 2 números. Então, primeiro, deve representar um número por **x** e, o outro por **y**. Assim, pode escrever a equação que pensou da seguinte forma: **x + y = 7**.

Esta equação tem duas incógnitas, **x** e **y**. Chamamos então de uma equação do 1º grau com duas incógnitas.

Entretanto, podemos ter situações que envolvem duas equações com duas incógnitas, em cada uma. Neste caso temos um **sistema de equações** na qual os valores de **x** e **y** devem satisfazer ao mesmo tempo as duas equações.

Exemplo 1: Dois números têm soma 111 e diferença 33. Quais são esses números ?

Se denominarmos um dos números de **x** e o outro por **y** então podemos construir um sistema de equações para esta situação.

$$\begin{cases} x + y = 111 & (I) \\ x - y = 33 & (II) \end{cases}$$

Temos 2 métodos principais para chegarmos à solução, vamos vê-los.

a) Método da Adição

Quando adicionamos membro a membro as equações I e II. Ele é o mais adequado quando o coeficiente de uma das incógnitas da 1ª equação (I) é o oposto do coeficiente da mesma incógnita da 2ª equação (II). Somando as duas equações eliminamos uma incógnita. Assim somando as equações I e II temos:

$$\begin{cases} x + y = 111 & (I) \\ x - y = 33 & (II) \end{cases}$$

$$2x + 0y = 144 \qquad x = \frac{144}{2} = 72$$

Com o valor de x=72, basta substituí-lo em qualquer uma das equações I ou II para encontrar o valor de y. Substituindo em I:

$$x + y = 111 \qquad 72 + y = 111 \qquad y = 111 - 72 = 39$$

Assim chegamos à solução, ou seja, aos números procurados: 39 e 72.

Nem sempre o sistema de equações se apresenta pronto para aplicarmos o método da adição diretamente. Neste caso devemos prepará-lo para que uma das incógnitas tenha o seu simétrico. Vamos a um exemplo.

<u>Exemplo 2</u>: A soma entre a idade de Carlos e o dobro da idade de Lúcia é 125 anos. Qual é a idade de Carlos e de Lúcia, sabendo que Lúcia tem o dobro da idade de Carlos ?

Chamando a idade de Carlos de x e, a da Lúcia de y, temos: $\begin{cases} x + 2y = 125 & (I) \\ y = 2x & (II) \end{cases}$

Rearrumando a equação (II), ficamos com: $\begin{cases} x + 2y = 125 & (I) \\ -2x + y = 0 & (II) \end{cases}$

Observamos que os coeficientes das incógnitas não são simétricos. Neste caso, multiplicamos uma das equações por um número inteiro adequado, para que tenhamos coeficientes simétricos. Analisando nosso sistema, observamos que os coeficientes de x já possuem sinais contrários, assim basta multiplicar a equação (I) por 2.

$$\begin{cases} x + 2y = 125 & (I) \quad \times 2 \\ -2x + y = 0 & (II) \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x + 4y = 250 & (I) \\ -2x + y = 0 & (II) \end{cases}$$

Podemos agora usar o método da adição no novo sistema de equações:

$$\begin{cases} 2x + 4y = 250 & (I) \\ -2x + y = 0 & (II) \end{cases}$$

$$0x + 5y = 250 \qquad y = \frac{250}{5} = 50$$

Como o valor de y é a idade de Lúcia então concluímos que ela tem 50 anos. Substituindo y=50 na equação (I) temos:

$$y = 2x \qquad 50 = 2x \qquad x = \frac{50}{2} = 25$$

Resposta: Carlos tem 25 anos e Lúcia 50 anos

Exemplo 3: Encontre a solução do sistema $\begin{cases} 3x + y = 90 & (I) \\ 2x + 4y = 160 & (II) \end{cases}$

Para rearrumar o sistema, podemos multiplicar a equação I por – 4, assim:

$$\begin{cases} 3x + y = 90 & (I) \quad \times(-4) \\ 2x + 4y = 160 & (II) \end{cases} \qquad \begin{cases} -12x - 4y = -360 & (I) \\ \quad 2x + 4y = \quad 160 & (II) \end{cases}$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

$$-10x + 0y = -200 \qquad x = \frac{-200}{-10} = 20$$

Substituindo x = 20 na equação I, temos: $3x + y = 90 \qquad 60 + y = 90 \qquad y = 90 - 60 = 30$

Resposta: x = 20 e y = 30.

b) Método da Substituição

Neste método, primeiro escolhemos uma das equações e isolamos uma das incógnitas. Depois substituímos, na outra equação, o valor da incógnita isolada e assim encontramos o valor da incógnita que estamos calculando. Substituindo seu valor em uma das duas equações iniciais, determinamos o valor da incógnita que isolamos inicialmente. Aplicando este método nos exemplos acima, teremos que encontrar as mesmas soluções encontradas pelo método da adição.

Exemplo 1: Dois números têm soma 111 e diferença 33. Quais são esses números ?

$$\begin{cases} x + y = 111 & (I) \\ x - y = 33 & (II) \end{cases}$$

Isolando o valor de x na equação (I), temos: x = 111 – y. Substituindo o valor de x na equação II: x – y = 33; 111 – y – y = 33; 111 – 2y = 33;

– 2y = 33 – 111; –2y = – 78; $y = \frac{-78}{-2} = 39$

Substituindo y=39 na equação (I): $x + y = 111 \qquad x + 39 = 111 \qquad x = 111 - 39 = 72$

Resposta: Os números procurados são 39 e 72.

Exemplo 2: A soma entre a idade de Carlos e o dobro da idade de Lúcia é 125 anos. Qual é a idade de Carlos e de Lúcia, sabendo que Lúcia tem o dobro da idade de Carlos ?

Chamando a idade de Carlos de x e, Lúcia de y, temos: $\begin{cases} x + 2y = 125 & (I) \\ y = 2x & (II) \end{cases}$

Observe que neste caso, a equação (II) já está com o valor de uma das incógnitas isolado (y = 2x), basta então substituí-lo na equação (I).

x + 2y = 125; x + 2(2x) = 125; x + 4x = 125;

5x = 125; $x = \frac{125}{5} = 25$

Substituindo x=25 na equação (I): x + 2y = 125; 25 + 2y = 125;

2y = 125 – 25 $2x = 100$ $x = \frac{100}{2} = 50$

Resposta: Carlos tem 25 anos e Lúcia 50 anos.

<u>Exemplo 3</u>: Encontre a solução do sistema $\begin{cases} 3x + y = 90 & (I) \\ 2x + 4y = 160 & (II) \end{cases}$

Na equação (I), o coeficiente da incógnita y é 1, então será mais fácil isolá-lo. Ficamos com: 3x + y = 90; y = 90 – 3x

Substituindo na equação (II), encontramos o valor de x.

2x+4y = 160; 2x+4(90 – 3x) = 160; 2x+360–12x = 160;

2x–12x = 160–360; –10x = – 200; $x = \frac{-200}{-10} = 20$

Substituindo x=20 na equação (I), temos: $3x + y = 90$ $60 + y = 90$ $y = 90 - 60 = 30$

Resposta: x = 20 e y = 30.

Apêndice B – FUNÇÕES

FUNÇÕES

Antes de começar a falar de função em matemática, apresentarei um resumo de equações de 1º grau e de 2º grau, assuntos já vistos no ensino fundamental.

Apêndice B1 – Equação do 1º grau

Uma equação do 1º grau é toda equação de incógnita x que tem como forma geral a expressão **ax+b=0**, com **a ≠ 0** e, **a** e **b** $\in \mathbb{R}$.

Como toda equação do 1º grau, existirá um <u>único</u> valor para x que tornará a expressão ax + b igual a zero. Não existirá nenhum outro valor diferente deste que tornará a igualdade ax + b = 0 verdadeira.

Exemplo – Seja a equação 2x – 10 = 0. Vamos determinar o valor de x para que a igualdade seja verdadeira (solução da equação) e sua representação na reta numérica.

Na equação 2x – 10 = 0 temos a = 2 e b = – 10.

$2x-10=0$ somando 10 a ambos os lados da igualdade

$2x-10+10=0+10$

$2x=10$ dividindo por 2 ambos os lados

$\frac{2x}{2}=\frac{10}{2}$ achamos a solução da equação

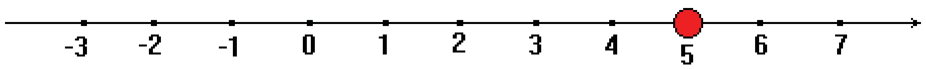
$x=5$ Ao substituir x=5 na equação inicial, verificamos a igualdade 0=0

Prova real: 2x – 10 = 0 ∴ 2 . 5 – 10 = 0 ∴ 10 – 10 = 0 ∴ 0=0

O que comprova que x = 5 é a solução da equação 2x – 10 = 0

Representação da Solução da Equação do 1º Grau na Reta Numérica Real

Apenas o ponto 5 na reta numérica representa a solução da equação do 1º grau 2x–10=0



Apêndice B2 – Equação do 2º grau

Uma equação do 2º grau é toda equação de incógnita x que tem como forma geral a expressão **$ax^2+bx+c=0$**, com **$a \neq 0$** e, **a**, **b** e **c** $\in \mathbb{R}$.

A solução de uma equação do 2º grau dependerá do valor de $\Delta=b^2-4ac$. Existem três casos considerados. Chamando x_1 e x_2 as soluções da equação, temos:

Se $\Delta>0$ então há duas soluções reais e distintas ($x_1 \neq x_2$);

Se $\Delta=0$ então há uma única solução real ($x_1 = x_2$);

Se $\Delta<0$ então não há solução dentro do conjunto dos Números Reais.

Exemplo – Seja a equação $x^2 – 2x – 8 = 0$. Vamos determinar os valores de x para que a igualdade seja verdadeira (solução da equação) e sua representação na reta numérica real.

Na equação $x^2 – 2x – 8 = 0$ temos $a = 1$, $b = – 2$ e $c = – 8$.

$x^2 – 2x – 8 = 0$ usando a fórmula de Bhaskara ou a relação entre as soluções $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ e $x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$ chegaremos aos valores de x_1 e x_2

a = 1 $\quad \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \therefore \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2-4.1.(-8)}}{2.1} \therefore \frac{2 \pm \sqrt{4+32}}{2} \therefore \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2} \therefore \frac{2 \pm 6}{2}$

b = – 2 $\quad x_1 = \frac{2+6}{2} = \frac{8}{2} = 4$ e $x_2 = \frac{2-6}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

c = – 8 $\quad$ Logo $x_1 = 4$ e $x_2 = -2$

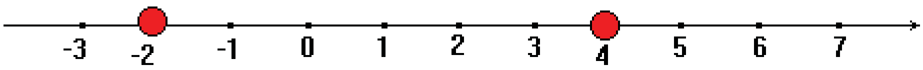
Prova real:

$x_1 = 4$	$x_2 = – 2$
$x^2 – 2x – 8 = 0$	$x^2 – 2x – 8 = 0$
$4^2 – 2.4 – 8 = 0$	$(– 2)^2 – 2. (– 2) – 8 = 0$
$16 – 8 – 8 = 0$	$4 + 4 – 8 = 0$
$16 – 16 = 0$	$8 – 8 = 0$
$0 = 0$	$0 = 0$

Comprovando que $x_1 = 4$ e $x_2 = –2$ são as soluções da equação $x^2 – 2x – 8 = 0$

Representação da Solução da Equação do 2º Grau na Reta Numérica Real

Os pontos –2 e 4 na reta numérica representam a solução da equação do 2º grau $x^2–2x–8=0$



Apêndice B3 – Função Matemática

O conceito de função é um dos mais importantes em matemática, está associado à análise da variação entre grandezas. Ao longo da história, o conceito de função sofreu alterações, somente no início do século XX, passou a ser associado como relações unívocas[13] entre conjuntos. Adotarei a definição apresentada no livro "A Matemática do Ensino Médio – Vol. 1"- prof Elon Lages Lima et al, 2005.

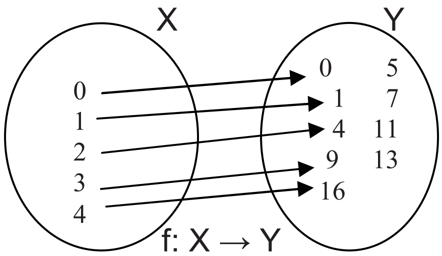
> Dados os conjuntos X, Y, uma função $f:X \rightarrow Y$ (lê-se "uma função de X em Y") é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in X$ um elemento $y = f(x) \in Y$. O conjunto X chama-se *domínio* e Y é o *contra-domínio* da função f. Para cada $x \in X$, o elemento $f(x) \in Y$ chama-se a *imagem* de x pela função f, ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in X$. Escreve-se $x \mapsto f(x)$ para indicar que f transforma (ou leva) x em f(x).

Observações:

1 – Seja a função $f:X \rightarrow Y$, o conjunto X é o domínio da função; o conjunto Y o contra-domínio e, o conjunto de todos os elementos de Y que estão associados ao conjunto X é o conjunto imagem. Representamos o domínio por D(f); o contra-domínio por CD(f) e a imagem por Im(f). O conjunto imagem é sempre um subconjunto do contra-domínio ($Im(f) \subset CD(f)$).

2 – Uma função não precisa ser uma relação entre conjuntos numéricos; relações entre objetos podem ser associados com funções. Por exemplo a relação entre as chaves de um chaveiro (domínio) e respectivos cadeados e portas (imagem). Seja X o conjunto que representa as chaves do chaveiro. O conjunto Y (contra-domínio) é o conjunto de todos os cadeados e portas. Para cada elemento x (chave) $\in$ X estará associado um <u>único</u> elemento y (cadeado ou porta) em Y.

[13] Unívoca: Um elemento do 1º só pode estar associado a um **único** elemento no 2º conjunto.



$f: X \to Y$

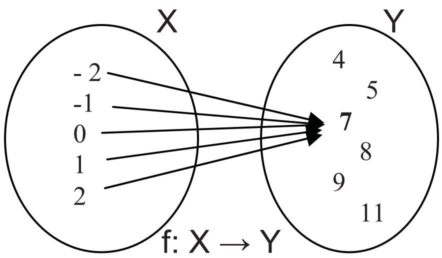
$x \mapsto f(x) = x^2$

$D(f) = X = \{0,1,2,3,4\}$

$CD(f) = Y = \{0,1,4,5,7,9,11,13,16\}$

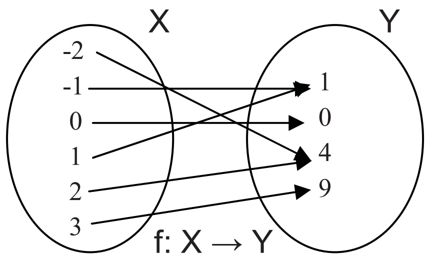
$Im(f) = \{0,1,4,9,16\}$

3 – Em uma função, *cada um dos elementos* $x \in X$ do domínio só pode estar *associado a um único elemento* $y \in Y$ do contra-domínio. Entretanto, um elemento do contra-domínio pode estar associado a mais de um elemento do domínio.



$f: X \to Y$

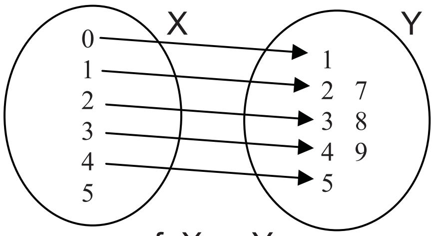
$x \mapsto f(x) = 7$



$f: X \to Y$

$x \mapsto f(x) = x^2$

4 – Não pode haver nenhum elemento *x* do domínio X que não esteja associado a um elemento y do contra-domínio Y.

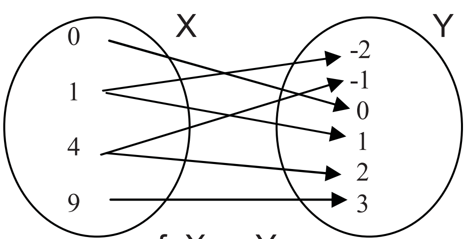


$f: X \to Y$

$x \mapsto f(x) = x + 1$

Não representa uma função porque o elemento 5 do domínio X <u>não</u> está associado a um elemento do contra-domínio Y.

5 – Não deve haver ambiguidades: a cada elemento $x \in X$, deve-se fazer corresponder um <u>*único*</u> f(x) em Y.



$f: X \to Y$

Não representa uma função porque os elementos 1 e 4 do domínio X estão associados a <u>mais de um</u> elemento no contra-domínio Y.

6 – O exemplo acima será uma função se o conjunto Y for constituído de valores maiores ou iguais a zero. Com isso todas os elementos $x \in X$ teriam correspondência a um único elemento $y \in Y$, já que $y \geq 0$.

7 – Uma função é composta por domínio, contra-domínio e a lei de correspondência $x \mapsto f(x)$. Mesmo quando é dito apenas "a função f", ficam subentendidos seu domínio X e seu contra-domínio Y. Sem que eles sejam especificados, não existe função.

8 – Os elementos $x \in X$ (domínio) são chamados de variáveis independentes, enquanto que os elementos $y \in Y$ (contra-domínio) são chamados de variáveis dependentes. O conjunto imagem é o conjunto formado pelos elementos y que estão associados a um ou mais elementos x. O conjunto imagem é um subconjunto do contra-domínio ($Im \subset CD$).

9 – Uma função pode ser classificada como Injetiva, Sobrejetiva ou Bijetiva. Uma função é ***injetiva*** (ou injetora) quando elementos diferentes do domínio estão associados a elementos diferentes no contra-domínio, ou seja: não existe nenhum elemento no contra-domínio que seja imagem de mais de um elemento do domínio. Uma função é ***sobrejetiva*** (ou sobrejetora) quando todos os elementos do contra-domínio estão associados a pelo menos um elemento do domínio. Neste caso $CD(f)=Im(f)$. Uma função é ***bijetiva*** (ou bijetora) quando é, ao mesmo tempo injetiva e sobrejetiva.

10 – Uma função[14], com $D(f) \subset \mathbb{R}$ e $CD(f) \subset \mathbb{R}$, é *crescente* se para dois pontos quaisquer x_1 e x_2 do domínio, com $x_1 \neq x_2$, tivermos: $x_1 > x_2$ e $f(x_1) > f(x_2)$ ou $x_1 < x_2$ e $f(x_1) < f(x_2)$. Será decrescente se $x_1 > x_2$ e $f(x_1) < f(x_2)$ ou $x_1 < x_2$ e $f(x_1) > f(x_2)$.

[14] Observe que estamos considerando, neste caso, uma função algébrica, já que tanto o domínio quanto o contradomínio pertencem ao conjunto dos números reais. Não se esqueça que uma função pode expressar a relação entre dois objetos, não necessariamente numéricos (observação 2).

B3.1 – Formas de Representação de uma Função Afim

Uma função afim pode ser representada de diversas maneiras, embora estejamos falando do mesmo objeto matemático função e numa mesma situação.

a) Língua Natural

É a forma escrita de uma situação qualquer que se comporta como uma função.

Exemplo: Dona Maria vai ao mercado comprar carne, que está em oferta. Ela decidiu comprar alcatra que está a R$9,00 o quilo. Determine um modo de se calcular o valor a ser pago pela Dona Maria por uma quantidade qualquer de alcatra.

b) Expressões algébricas

É a forma de escrevermos a lei de formação (correspondência) que associa cada elemento $x \in X$ a cada um dos elementos $y \in Y$, ou seja $x \mapsto f(x)$. Para o exemplo acima devemos encontrar uma expressão que represente a situação descrita. É fácil perceber que basta multiplicarmos o preço da carne pelo peso. Chegamos então à expressão $f(x) = 9x$.

Observe que f(x) representa o valor a ser pago, que *depende* da quantidade “x” de carne comprada, já que o preço por quilo é constante (R$ 9,00). Assim “x” é a variável independente e f(x) a variável dependente.

A expressão $f(x) = 9x$ é uma função que representa a situação descrita no “item a: língua natural”. Estamos representando de 2 formas distintas uma mesma situação real.

c) Tabelas de valores

É também uma forma de apresentarmos uma informação. Escolhemos um valor para uma das variáveis (x ou f(x)) e determinamos o valor da outra variável através da lei de formação.

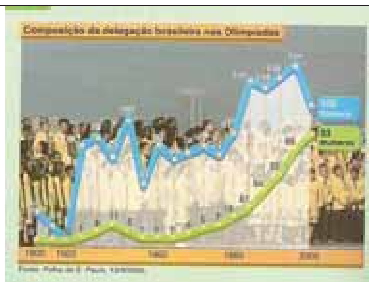
x	f(x) = 9x
1 kg	R$ 9,00
1,5 kg	R$ 13,50
3 kg	R$ 27,00
5 kg	R$ 45,00
6,35 kg	R$ 57,15

Podemos ler cada uma das linhas de duas maneiras distintas, porém com o mesmo significado. Analisando a 1ª linha temos: Se compramos 1 kg pagamos R$9,00 pela carne ou, se pagamos R$9,00 pela carne significa que estamos comprando 1 kg.

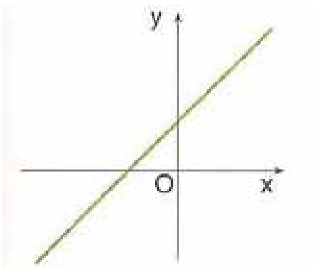
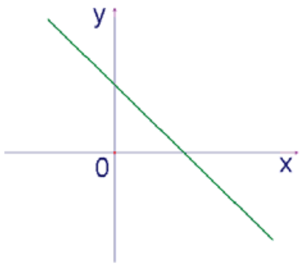
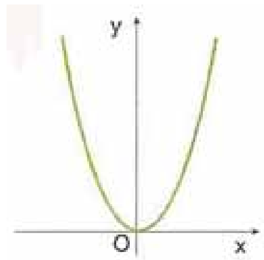
Também é possível, a partir de uma tabela de dados qualquer determinarmos a(s) lei(s) de correspondência que representa(m) a associação das variáveis. Esta situação é muito comum em pesquisas estatísticas.

d) Representação gráfica.

É mais uma forma de apresentarmos uma informação. Diariamente observamos em jornais e revistas gráficos, a partir dos quais podemos descobrir algumas propriedades das funções que eles representam. Observe os 2 gráficos abaixo.



As funções Afim (grau 1) e Quadrática (grau 2) possuem comportamento próprio e estão demonstrados abaixo.

Função Afim (crescente)	Função Afim (decrescente)	Função Quadrática
		

Apêndice C – FUNÇÃO AFIM[15]

Apêndice C1 – Função Afim – Parte 1

FUNÇÃO AFIM - Parte 1

Chama-se função polinomial do 1º grau, ou função afim, a qualquer função f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada pela lei de formação **f(x) = ax + b**, com **a ≠ 0** e, **a** e **b** $\in$ $\mathbb{R}$.

Na função f(x)=ax+b, o número ***a*** é chamado de coeficiente de x e o número ***b*** é chamado de termo constante.

Observe que quando fazemos f(x)=0, a função afim se transforma em ax+b=0, que é uma equação de 1º grau.

Nesta apostila trabalharemos com apenas duas representações de função: *Língua Natural* (forma escrita) e a *Forma algébrica* (f(x)=ax+b)

Exemplos de função afim:

- $f(x) = 5x - 3$ em que $a=5$ e $b=-3$
- $f(x) = -4x + 2$ em que $a=-4$ e $b=2$
- $f(x) = -\frac{1}{2}x - 7$ em que $a=-\frac{1}{2}$ e $b=-7$
- $f(x) = -3x + \frac{2}{3}$ em que $a=-3$ e $b=\frac{2}{3}$

Casos Particulares da função afim[16]

1. – Função Identidade

   f: $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por f(x) = x. Neste caso a=1 e b=0.

   Exemplo: f(x) = x

2. – Função Linear

   f: $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por f(x) = ax. Neste caso a≠1 e b=0.

   Exemplos: $f(x) = \frac{1}{4}x$; $f(x) = 8x$; $f(x) = -4x$; $f(x) = \sqrt{3}\,x$

[15] O item C tem como referencial teórico principal Lima, E. L. et al (2005) e Iezzi, G. et al (2005).
[16] Não será considerada a função constante (f(x)=b) como um caso particular da função afim.

Exemplo 1: Expresse por meio de uma expressão matemática a função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que a cada número real **x** associa:

- **a)** o seu triplo;
- **b)** a sua terça parte;
- **c)** o seu dobro diminuído de 3;
- **d)** a sua metade somada com 5.

Respostas:

A lei de formação de uma função afim é dada por f(x) = ax + b, então:

a) Triplo é multiplicar por 3, logo: **f(x) = 3x** (o termo constante b é zero)

b) Terça parte é dividir por 3, assim: **f(x) =** $\frac{1}{3}$**x** (o termo constante b é zero)

c) Dobro é multiplicar por 2. Não esquecer em diminuir 3 na expressão: **f(x) = 2x – 3**

d) Metade é dividir por 2. Não esquecer em somar 5 na expressão: **f(x) =** $\frac{1}{2}$**x + 5**

Exemplo 2: Um posto de gasolina cobra R$2,50 pelo litro da gasolina e R$1,90 pelo litro do álcool.

a) Encontre o valor a ser pago por um cliente que coloca 10 litros e 40 litros de combustível, respectivamente.

b) Encontre a lei de formação para cada um dos combustíveis.

Respostas:

a) Vamos calcular o gasto para cada um dos combustíveis. Note que o termo constante b é igual a zero.

a.1) Gasolina

O preço da gasolina é R$2,50 / litro, então os valores a serem pagos por 10 e 40 litros serão, respectivamente: 10 x 2,50 = R$ 25,00 e 40 x 2,50 = R$ 100,00.

a.2) Alcool

O preço da alcool é R$1,90 / litro, então os valores a serem pagos por 10 e 40 litros serão, respectivamente: 10 x 1,90 = R$ 19,00 e 40 x 1,90 = R$ 76,00.

b) A lei de formação

No item anterior, é possível observar que o preço pago dependeu do preço por litro e o número de litros colocados, assim, o preço representa o coeficiente a de x e o número de litros a variável independente x. O preço final será o valor calculado, ou seja: f(x). Assim:

b.1) Gasolina: f(x) = 2,5 x

b.2) Álcool: f(x) = 1,9 x

Exemplo 3: A fórmula que dá o número do sapato (N) em função do comprimento (c) do pé, em centímetros, é $N = \frac{5c + 28}{4}$. Calcule:

a) o número do sapato quando o comprimento do pé é de 24 cm.

b) o comprimento do pé de quem calça 40.

<u>Respostas</u>:

Como o valor de N depende do valor de c, então N é a variável dependente f(x) e o valor de c a variável independente x.

a) O valor dado foi c=24, substituindo na fórmula: $N = \frac{5 \cdot 24 + 28}{4} = \frac{120 + 28}{4} = \frac{148}{4} = 37$

b) Para N=40, temos: $40 = \frac{5c + 28}{4} \therefore 40 \cdot 4 = 5c + 28 \therefore 5c = 160 - 28 \therefore c = \frac{132}{5} = 26{,}4\ cm$

Exemplo 4: Uma firma que conserta televisores cobra de visita uma taxa fixa de R$40,00 mais R$10,00 por hora de mão-de-hora. Sabendo-se que o preço a ser pago pelo conserto de um televisor é dado em função do número de horas de trabalho, encontre sua lei de formação. Quanto pagará um cliente por um conserto que durou 3 horas para ser realizado?

<u>Respostas</u>:

Há a cobrança de uma taxa de visita (R$40,00), valor este que independe do tempo do conserto do televisor. Esta taxa é o termo constante b.

A variável x será o tempo do conserto, assim, o valor de a (coeficiente de x) será igual a R$10,00 (valor cobrado por hora de mão-de-obra).

A lei de formação ou função f(x) será o valor a ser pago por um conserto.

Assim, a lei de formação será dada pela expressão $f(x) = 10x + 40$

Um cliente gastará por 3 horas de conserto o valor de:

$f(x) = 10x + 40 \therefore f(3) = 10 . 3 + 40 \therefore f(3) = 30 + 40 \therefore f(3) = 70 \therefore$ Resp.: R$70,00

Exemplo 5[17]: (UFMG) O valor V, em reais, da conta mensal de energia elétrica é calculado a partir do consumo C, em kWh. Para consumos inferiores ou iguais a 200 kWh, o valor do kWh é de R$0,30. No entanto, para consumos superiores, o valor do kWh é acrescido de 50% para a parcela que exceder a 200 kWh.

a) Calcule o valor de V correspondente a um consumo de 180 kWh no mês.

b) Calcule o valor de V correspondente a um consumo de 500 kWh no mês.

Respostas:

a) Consumo de 180 kWh no mês

O consumo é inferior a 200 kWh, então o valor do kWh é de R$0,30. O valor V a ser cobrado de energia elétrica será dado pela função $f(x) = 0,3x$, logo

$f(x) = 0,3x \quad \therefore \quad f(180) = 0,3 . 180 \quad \therefore \quad f(180) = 54 \quad \therefore$ O valor V será de **R$54,00**

b) Consumo de 500 kWh no mês

O consumo é superior a 200 kWh, teremos então dois valores de kWh:

R$0,30 para consumos até 200kWh e,

R$0,45 (R$0,30 + 50% de R$0,30) para consumos que ultrapassam 200kWh.

No item a vimos que a função correspondente a consumos inferiores ou iguais a 200 kWh é $f(x)=0,3x$. Como o consumo é superior a 200kWh, então este valor será um valor fixo de $f(200)= 0,3 . 200 =$ R$60,00

O valor a ser pago na conta pelo consumo que ultrapassou os 200 kWh será de R$0,45 o kWh. Se chamarmos de x o consumo total, então o que ultrapassou será de $x – 200$, logo a função deste consumo excedente é $f(x) = 0,45(x – 200)$

A função, para consumo superior a 200kWh, é dada por $f(x)=0,45(x–200)+60$

$f(x) = 0,45(x – 200) + 60 \quad \therefore \quad f(500) = 0,45(500 – 200) + 60 \therefore f(500) = 0,45 . 300 + 60$

$f(500) = 135 + 60 \quad \therefore \quad f(500) = 195 \quad \therefore$ O valor V será de **R$195,00**

[17] GIOVANNI, J.R.; Bonjorno J.R. Matemática Completa. São Paulo: FTD, 2005, pág. 157.

<u>Observação</u>: No exemplo 3, aparece o que chamamos de função definida por mais de uma sentença, porque para intervalos diferentes do domínio, a função se altera. No exercício 3, o valor a ser cobrado depende da faixa de consumo. Importante salientar que, neste caso, o domínio (consumo de energia) será maior ou igual a zero ($x \geq 0$) porque não existe consumo negativo.

Podemos expressá-la da seguinte maneira: $f(x) = \begin{cases} 0{,}3x, & se \;\; x \leq 200 \\ 0{,}45(x-200)+60, & se \;\; x > 200 \end{cases}$

Exemplo 6: Duas empresas telefônicas, X e Y, prestam serviço à cidade de Mengolândia. A empresa **X** cobra, por mês, uma assinatura de R$35,00 mais R$0,50 por minuto utilizado. A empresa **Y** cobra, por mês, uma assinatura de R$26,00 mais R$0,65 por minuto utilizado. A partir de quantos minutos de utilização o plano da empresa **X** passa a ser mais vantajoso para os clientes do que o plano da empresa **Y** ?

<u>Resposta</u>:

Primeiro devemos determinar a função correspondente a cada empresa telefônica. Para não haver confusão, já que teremos uma função para cada uma das empresas, chamaremos de:

f(x) = ax + b a função da Empresa X e g(x) = cx + d a função da Empresa Y.

A empresa X cobra uma assinatura de R$35,00 mais R$0,50 por minuto utilizado, então temos que o coeficiente a é igual a R$0,50, já que a variável x corresponde ao número de minutos utilizado. O termo independente b corresponde à assinatura cobrada de R$35,00 e, a função f(x) representará o valor da conta. Temos então f(x) = 0,5x + 35

A empresa Y cobra uma assinatura de R$26,00 mais R$0,65 por minuto utilizado, então temos que o coeficiente c é igual a R$0,65, já que a variável x corresponde ao número de minutos utilizado. O termo independente d corresponde à assinatura cobrada de R$26,00 e, a função g(x) representará o valor da conta. Temos então g(x) = 0,65x + 26

É fácil perceber quando o consumo for zero que a empresa Y será mais vantajoso, já que cobra menor assinatura. Consumo zero significa x=0.

Empresa X: f(0) = 0,5 . 0 + 35 = R$35,00

Empresa Y: g(0) = 0,65 . 0 + 26 = R$26,00

Pergunta-se: até que consumo a empresa Y será mais vantajosa ?

Para responder a esta pergunta devemos determinar para qual consumo, em minutos, as empresas X e Y cobram o mesmo valor, ou seja X=Y. Para tal igualamos as funções das empresas X e Y, fazendo f(x) = g(x).

$0{,}65x + 26 = 0{,}5x + 35 \therefore 0{,}65x - 0{,}5x = 35 - 26 \therefore 0{,}15x = 9$ (multiplicando por 100)

$15x = 900 \quad \therefore \quad x = 60$ minutos

Temos duas informações importantes agora: Para consumo zero (x=0) a empresa Y cobra menor valor. Para um consumo de 60 min (x=60) as empresas X e Y cobram o mesmo valor (que não calculamos). Fica fácil perceber então que, para consumos superiores a 60 min (x > 60) a empresa X cobrará um valor menor que a empresa Y. Estas informações estão na tabela abaixo. Importante salientar novamente que, neste caso, o domínio será maior ou igual a zero ($x \geq 0$) porque não existe consumo negativo.

Consumo inferior a 60min (**0 ≤ x < 60**)	Consumo igual a 60min (**x = 60**)	Consumo superior a 60min (**x > 60**)
Empresa Y	Empresa X = Empresa Y	Empresa X

Resposta: O plano da empresa X passa a ser mais vantajoso do que o plano da empresa Y quando o consumo for superior a 60 minutos.

Apêndice C2 – Função Afim – Parte 2

FUNÇÃO AFIM - Parte 2

Na apostila Função Afim – Parte 1, trabalhamos 2 formas de representações no estudo de função afim: Língua natural e Expressão algébrica.

Introduziremos agora mais uma representação: Tabular (tabela de valores).

A tabela de valores é uma ferramenta auxiliar para a construção do gráfico da função. A partir dela também podemos determinar a lei de formação da função. Não se esqueça que podemos representar uma mesma função de várias maneiras (até agora: língua natural, expressão algébrica e tabular) e fazer a conversão (mudança de uma representação para outra) entre elas.

A tabela de valores poderá ter 2 ou 3 colunas. Na 1ª coluna serão colocados os valores da variável x; na 2ª coluna serão os valores da função f(x); na 3ª coluna poderão ou não ser colocados os pares ordenados (x,f(x)).

Exemplos de representação tabular:

a) $f(x) = x - 3$

x	**f(x) = x – 3**	**(x, f(x))**
– 5	f(–5) = – 5 – 3 = – 8	(–5 , – 8)
0	f(0) = 0 – 3 = – 3	(0 , – 3)
10	f(10) = 10 – 3 = 7	(10 , 7)

b) O dobro de um número mais 4

x	**f(x) = 2x + 4**	**(x, f(x))**
– 3	f(–3) = 2.(– 3) + 4 = – 2	(– 3 , – 2)
0	f(0) = 2.0 + 4 = 4	(0 , 4)
15	f(15) = 2.15 + 4 = 34	(15 , 34)

Exemplo 1[18]: Para levar uma carga de caminhão dentro de um Estado, uma transportadora cobra R$10,00 fixos mais R$0,50 por quilo de carga. O preço do frete (f(x)) é função da massa em quilogramas (x) da carga. Construa uma tabela de valores para o transporte de 10 kg, 20 kg, 50kg, 80kg e 100kg.

Resposta:

Para determinar o valor do frete para cada uma das massas acima, primeiro temos que achar a lei de formação deste caso. O coeficiente a é igual a R$0,50, já que a variável x corresponde à massa a ser transportada. O termo independente b

[18] VASCONCELLOS, M.J.C. de; et al. Matemática: Projeto Escola e Cidadania para Todos. São Paulo: Editora do Brasil, 2004, pág. 37.

corresponde a R$10,00 e, a função f(x) representará o valor do frete. Temos então **f(x) = 0,5x + 10**.

Massa (kg) x	**Valor do frete (R$) f(x) = 0,5x + 10**	**(x, f(x))**
10	15	(10,15)
20	20	(20,20)
50	35	(50,35)
80	50	(80,50)
100	60	(100,60)

f(10) = 10 . 0,5 + 10 = 5 + 10 = R$15,00
f(20) = 20 . 0,5 + 10 = 10 + 10 = R$20,00
f(50) = 50 . 0,5 + 10 = 25 + 10 = R$35,00
f(80) = 80 . 0,5 + 10 = 40 + 10 = R$50,00
f(100) = 100 . 0,5 + 10 = 50 + 10 =R$60,00

Exemplo 2: Em um posto de gasolina o preço da gasolina é de R$2,60. Construa uma tabela para algumas quantidades de gasolina. Depois encontre a expressão matemática que relaciona o valor a ser pago em função do tempo da quantidade de combustível.

<u>Resposta:</u>

Quant. (litros) X	**Valor a Pagar (R$) f(x) = ?**	**(x, f(x))**
1	2,60	(1 ; 2.6)
2	5,20	(2 ; 5.2)
3	7,80	(3 ; 7.8)
4	10,40	(4;10.4)
5	13,00	(5 ; 13)

Observe que foram escolhidas quantidades de litros (x) que facilitaram os cálculos e a descoberta da lei de formação. Não se esqueçam que: O valor de x não poderia ser negativo porque não existe quantidade negativa e, que o valor de x poderia ser qualquer valor dentro do campo dos números reais positivo ($x \in \mathbb{R}_+$).

Com os valores escolhidos ficou fácil observar que o valor a ser pago será igual à quantidade de litros colocados multiplicado pelo preço por litro, logo a função será f(x)=2,6x

Obs.: Nem sempre será fácil encontrar a função f como neste exemplo. Nestes casos teremos que montar um sistema de equações. Vide exemplos abaixo.

Exemplo 3[19]: Complete a tabela abaixo com os valores que estão faltando.

x	**f(x)**	**(x, f(x))**
– 2	– 9	(– 2, – 9)
– 1	– 4	(– 1, – 4)
0	1	(0,1)
1	6	(1,6)
2		(2,)
3		(3,)
4		(4,)
5		(5,)

Resposta:

Neste exemplo, não é imediata a descoberta da lei de formação (função) que está presente, nem é fácil descobrir os valores que estão faltando.

Uma função afim se expressa na forma algébrica como: $f(x)=ax+b$, com $a,b\neq0$. Na tabela acima temos valores de x e f(x), devemos então descobrir os valores de a e b. Necessitamos construir um sistema de equações com duas variáveis.

Podemos utilizar duas linhas quaisquer da tabela acima. Como temos uma linha com x = 0, então esta será uma das escolhidas para facilitar os cálculos. A segunda linha pode ser qualquer outra que esteja completa. Aplicando os valores da tabela em $f(x)=ax + b$ temos:

Na equação (I) temos que **b=1**

Substituindo b = 1 em (II) temos

$6 = a + b$

$6 = a + 1$

a = 5

Substituindo os valores de a = 5 e b = 1 em $f(x) = ax + b$ encontramos **f(x) = 5x + 1** que é a função procurada.

Podemos agora completar a tabelar, calculando os valores que faltam.

x	**f(x)**	**(x, f(x))**	
– 2	– 9	(– 2, – 9)	
– 1	– 4	(– 1, – 4)	
0	1	(0,1)	
1	6	(1,6)	
2	11	(2,11)	$f(2) = 5 . 2 + 1 = 11$
3	16	(3,16)	$f(3) = 5 . 3 + 1 = 16$
4	21	(4,21)	$f(4) = 5 . 4 + 1 = 21$
5	26	(5,26)	$f(5) = 5 . 5 + 1 = 26$

[19] DANTE, L.R. Matemática, Volume Único. São Paulo: Editora Ática, 2008, pág. 47.

Exemplo 4: Sabendo que a função f(x) = ax + b é tal que f(1) = 5 e f(–2) = – 4, determine o valor de f(6).

Resposta:

A partir da forma algébrica f(x)=ax+b, podemos verificar que se f(1) = 5 então x = 1 e f(x) = 5. Da mesma forma se f(–2) = – 4 então x = – 2 e f(x) = – 4. Para determinar f(6) devemos encontrar a lei de formação (função). Construindo uma tabela com esses valores, teremos:

x	**f(x)**
1	5
– 2	– 4

Montando um sistema de equações com esses valores: $\begin{cases} 5 = 1a + b & (I) \\ -4 = -3a + b & (II) \end{cases}$

Fazendo (I) – (II) temos

5 – (–4) = a + b – (–3a + b)

5 + 4 = a + 4a + b – b

9 = 5a

$a = \frac{9}{5}$

Substituindo o valor de **a** em (I) ou (II) encontramos **b**

$5 = \frac{9}{5} + b \quad \therefore \quad 5 - \frac{9}{5} = b \quad \therefore \quad b = \frac{16}{5}$

Substituindo os valores de **a** e **b** em f(x) = ax + b encontramos $f(x) = \frac{9}{5}x + \frac{16}{5}$

Como queremos f(6), basta substituir na função: $f(6) = \frac{9}{5} \cdot 6 + \frac{16}{5} \quad \therefore \quad f(6) = \frac{54}{5} + \frac{16}{5} \quad \therefore$

$f(6) = \frac{70}{5}$ $\therefore$ **f(6)=14**

Exemplo 5[20]: Biólogos descobriram que o número de sons emitidos por minuto por certa espécie de grilos está relacionado com a temperatura. A relação é quase linear. A 20 ºC, os grilos emitem cerca de 124 sons por minuto. A 28 ºC, emitem 172 sons por minuto. Encontre a equação que relaciona a temperatura em Celsius **C** e o número de sons **n**.

[20] DANTE, L.R. Matemática, Volume Único. São Paulo: Editora Ática, 2008, pág. 111.

<u>Resposta:</u>

Temperatura (ºC) X	Número de Sons f(x) = ?	(x, f(x))
20	124	(20 ; 124)
28	172	(27 ; 172)

Observe que o número de sons depende da temperatura. A variável x representa a tempera-tura enquanto que a função f(x) representa o número de sons emitidos pelos grilos.
Como não é possível número de sons menores que zero, então f(x) $\in \mathbb{R}_+$.

Montando um sistema de equações com esses valores: $\begin{cases} 124 = 20a + b & (I) \\ 172 = 28a + b & (II) \end{cases}$

Fazendo (II) – (I) temos

172–124=28a+b–(20a+b)

48 = 28a – 20a + b – b

48 = 8a

$a = \frac{48}{8} = 6$

Substituindo o valor de **a** em (I) ou (II) encontramos **b**

$124 = 20 \cdot 6 + b \quad \therefore \quad 124 - 120 = b \quad \therefore \quad b = 4$

Substituindo os valores de **a** e **b** em f(x) = ax + b encontramos

f(x) = 6x + 4   ou   C = 6n + 4

Exemplo 6[21]: (Fuvest-SP) A tabela abaixo mostra a temperatura das águas do oceano Atlântico (ao nível do equador) em função da profundidade.

Profundidade (m)	Temperatura (ºC)
Superfície	27
100	21
500	7
1 000	4
3 000	2,8

Admitindo que a variação da temperatura seja aproximadamente linear entre cada duas medições feitas para a profundidade, a temperatura prevista para a profundidade de 400m é:

a) 16 ºC b) 14 ºC c) 12,5 ºC d) 10,5 ºC e) 8 ºC

[21] IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN D.; PÉRIGO R.; ALMEIDA N. de. Matemática: Ciência e Aplicações. Atual Editora, 2005, pág. 93.

<u>Resposta:</u>

Primeira observação a respeito deste exemplo é saber quais valores da tabela devemos utilizar para a resolução deste exemplo. Como queremos determinar a temperatura para uma profundidade de 400 m, e este valor está entre 100m e 500m, então montaremos um sistema com estes valores.

Utilizando as linhas 2 e 3 da tabela acima, temos: $\begin{cases} 21 = 100a + b & (I) \\ 7 = 500a + b & (II) \end{cases}$

Fazendo (II) – (I) temos

7–21 = 500a + b – (100a + b)

– 14 = 500a – 100a + b – b

– 14 = 400a

$a = \frac{-14}{400} \quad \therefore \quad a = \frac{-7}{200}$

Substituindo o valor de **a** em (I) ou (II) encontramos **b**

$21 = 100 \cdot \frac{-7}{200} + b \quad \therefore \quad 21 = \frac{-7}{2} + b \quad \therefore \quad 21 = -3{,}5 + b \quad \therefore$

$21 + 3{,}5 = b \quad \therefore$ **b = 24,5**

Substituindo os valores de a e b em f(x) = ax + b encontramos $f(x) = \frac{-7}{200}x + 24{,}5$ que é a função que exprime a variação de temperatura para profundidades entre 100 m e 500 m.

Aplicando a função para uma profundidade de 400 m temos

$f(400) = \frac{-7}{200} \cdot 400 + 24{,}5 \quad \therefore \quad f(400) = -7 \cdot 2 + 24{,}5 \quad \therefore \quad f(400) = -14 + 24{,}5$

f(400) = 10,5 ºC

Resposta: Letra D

Apêndice C3 – Função Afim – Parte 3

FUNÇÃO AFIM - Parte 3

Na apostila Função Afim – Partes 1 e 2, trabalhamos três formas de representações no estudo de função afim: Língua Natural, Formas Algébrica e Tabular.

Introduziremos agora mais uma forma de representação da função afim: Representação Gráfica.

A representação gráfica é uma ferramenta poderosa na análise de uma função. A partir dela podemos determinar a lei de formação da função, seu comportamento (crescente ou decrescente), sinal etc.

O gráfico da função $f(x)=ax+b$ é uma reta oblíqua em relação aos eixos x e y.

É necessário e suficiente apenas 2 pontos, distintos, para determinarmos uma reta e esta será única. Não haverá outra reta que passará, ao mesmo tempo, por estes dois pontos.

Para a construção do gráfico utilizaremos o Plano Cartesiano, e consideraremos $y = f(x)$.

Plano Cartesiano

Construção do Plano Cartesiano:

1º Passo: desenhamos 2 eixos perpendiculares e usamos a sua interseção “O” como origem;

2º Passo: colocamos 2 setas, uma em cada eixo, para marcamos a direção de crescimento de cada eixo. No eixo horizontal será na extremidade à direita da origem O e, no eixo vertical será na extremidade acima da origem O;

3º Passo: O eixo horizontal é o eixo das abscissas e, o eixo vertical é o eixo das ordenadas. Cada abscissa e ordenada será representada, respectivamente, por “x” e “y”.

Marcação de um ponto no Plano Cartesiano:

Um ponto P em um plano Cartesiano será determinado por seu “par ordenado”. Um par ordenado é o conjunto formado por dois números em certa ordem. Usa-se a notação (x,y) para indicar o par ordenado em que *x* é o primeiro elemento e *y* o segundo. O valor de *x* será o valor a ser marcado no eixo horizontal (eixo X) e, o valor de *y* será o valor a ser marcado no eixo vertical (eixo Y). Representações: P(x,y) ou P(x, f(x)) ou $P(x_P,y_P)$.

Note que os pontos A(1,2) e B(2,1) são pontos distintos pois diferem entre si pela ordem de seus elementos.

Para encontrarmos o ponto P(x,y) no plano cartesiano seguimos os seguintes passos:

1º Passo: marcamos no eixo horizontal o ponto *x*;

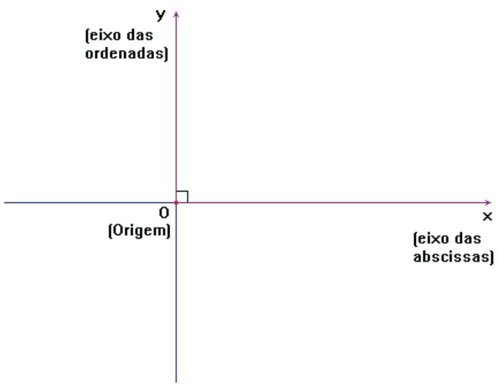
2º Passo: marcamos no eixo vertical o ponto y;

3º Passo: traçamos por x uma reta *r* paralela ao eixo vertical y;

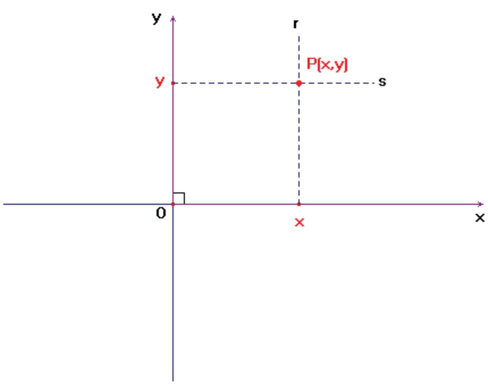
4º Passo: traçamos por y uma reta *s* paralela ao eixo vertical x;

5º Passo: a interseção das retas *r e s* será o ponto P(x,y).

<u>Observações</u>: 1 - Em uma função, o eixo horizontal é o eixo do domínio (valores de x) e o eixo vertical é o das imagens (valores de f(x)), que são obtidos a partir da lei de formação (expressão algébrica); 2 - Na origem O, os valores de x e y são iguais a zero: O(0,0).



Plano Cartesiano



Ponto P no Plano Cartesiano

Exemplo 1: Construa, num sistema de eixos ortogonais, o gráfico das funções:

a) f(x) = 2x – 3

b) f(x) = –x +1

Respostas:

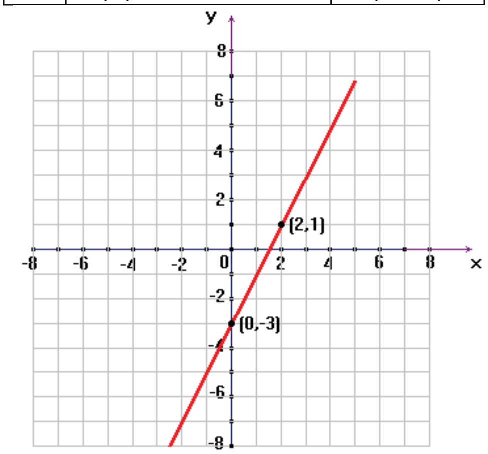
O gráfico de uma função afim é uma reta. Por dois pontos quaisquer passa uma única reta. Assim para construirmos o gráfico de uma função afim, basta encontrarmos as coordenadas de dois pontos que pertencem a esta função. Para determinarmos esses dois pontos construímos uma tabela de valores.

Obs.: Normalmente um dos pontos escolhidos é o de coordenada (0,y), com x=0, porque está sobre o eixo Y ou, o de formato (x,0), com f(x) = y = 0, que está sobre o eixo X.

a) f(x) = 2x – 3

Tabela de Valores

X	F(x) = 2x – 3	(x, f(x))
0	f(0) = 2.0 – 3 = –3	(0 , –3)
2	f(2) = 2.2 – 3 = 1	(2 , 1)

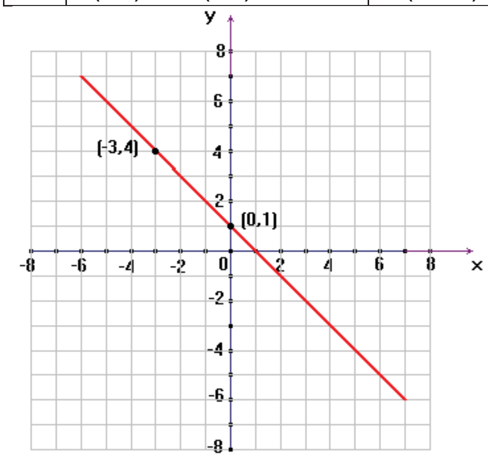


Obs.: Os valores atribuídos a x na tabela (0 e 2) são aleatórios. Se tivéssemos escolhido outros dois valores o gráfico seria o mesmo.

b) f(x) = –x +1

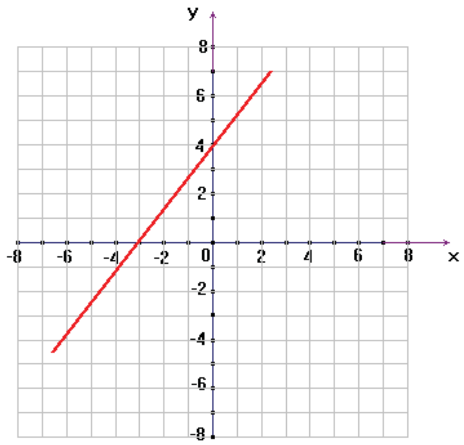
Tabela de Valores

x	f(x) = – x + 1	(x, f(x))
0	f(0) = – 0 + 1 = 1	(0,1)
–3	f(–1) = – (–3) + 1 = 4	(–3,4)



Obs.: Os valores atribuídos a x na tabela (0 e -3) são aleatórios. Se tivéssemos escolhido outros dois valores o gráfico seria o mesmo.

Exemplo 2: Dado o gráfico da função de ℝ em ℝ, escreva a função f(x) = ax + b correspondente.



Resposta:

Para encontrarmos a função necessitamos de dois pontos. Olhando o gráfico podemos observar que os pontos onde a reta corta os eixos x e y são fáceis de determinar sua coordenada. Assim os pontos, cujos pares ordenados são (–3,0) e (0,4), pertencem à reta.

Repare que podemos representá-los na tabela abaixo:

x	**f(x) = ax + b**	**(x, f(x))**
– 3	f(– 3) = 0	(– 3,0)
0	f(0) = 4	(0,4)

Os valores de **x** e **f(x)** estão informados na tabela, temos que encontrar os valores de **a** e **b**. Necessitamos construir um sistema de equações com duas variáveis. Temos:

$$\begin{cases} 0 = -3a + b & (I) \\ 4 = 0a + b & (II) \end{cases}$$

De (II) tiramos que b = 4.

Substituindo o valor de b em (I) temos:

0 = – 3a + 4, ou: a = $\frac{4}{3}$

Substituindo os valores de **a** e **b** em f(x) = ax + b encontramos $f(x) = \frac{4}{3}x + 4$ que é a função do gráfico. Não esqueçam que a partir da função, podemos encontrar qualquer valor da função, ou seja: qualquer ponto sobre a reta da função.

Exemplo 3: Construa, num sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, o gráfico da função: $f(x) = \begin{cases} 2, & se\ x \geq 0 \\ x+2, & se\ x < 0 \end{cases}$

<u>Resposta:</u>

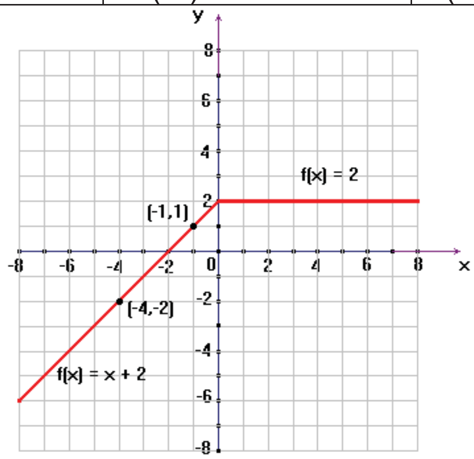
Trata-se da construção do gráfico de uma função definida por mais de uma sentença. Ela se comporta de maneira diferenciada conforme seu domínio. Neste exemplo temos dois domínios: $x \geq 0$ e $x < 0$.

Temos então 2 funções: f(x) = 2, quando $x \geq 0$ e, f(x) = x + 2, quando x < 0.

A função f(x) = 2 é uma função constante (a=0), e seu gráfico será uma reta paralela ao eixo x passando pelo ponto y = 2.

Para a função f(x) = x + 2 determinaremos dois pontos para traçarmos seu gráfico. Não esqueça dos valores possíveis do domínio (x < 0).

x	**f(x) = x + 2**	**(x, f(x))**
- 1	f(-1) = -1 + 2 = 1	(-1,1)
- 4	f(-4) = -4 + 2 = -2	(-4,-2)



Referências Bibliográficas (Apêndice)

DANTE, L.R. **Matemática, Volume Único**. São Paulo: Editora Ática, 2008.

GIOVANNI, J.R.; Bonjorno J.R. **Matemática Completa**. São Paulo: FTD, 2005.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN D.; PÉRIGO R.; ALMEIDA N. de. **Matemática: Ciência e Aplicações**. Atual Editora, 2005.

LIMA, E.L.; CARVALHO, P.C.P.; WAGNER, E.;MORGADO, A.C. **A Matemática do Ensino Médio**. Vol. 1. Rio de Janeiro: SBM, 2005.

PAIVA, M. **Matemática, Volume Único**. São Paulo: Editora Moderna, 2008.

ZAMPIROLLO, M.J.C. de V.; SCORDAMAGLIO, M.T; CÂNDIDO S.L. **Matemática: Projeto Escola e Cidadania para Todos**. São Paulo: Editora do Brasil, 2004.

Apêndice D – Planilhas com as Respostas dos Alunos

Apêndice D1 – Planilha da Atividade 1

Data: 22/10/09		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 1		**ATIVIDADE 1**
Nº		Respostas dos Alunos
2,11	C	resposta: f(x) = x / 2
5,27	C	resposta: f(x) = x : 2
6, 8	N	
7, 21	E	Resposta: f(x) = 2x.
14, 45	N	
15, 26	E	Resposta: f(x) = 2x.
18, 50	E	Resposta: função linear.
23, 31	C	resposta: f(x) = x : 2
24, 39	C	resposta: f(x) = x : 2
28, 48	C	resposta: f(x) = x : 2
32, 37	N	
33,51	E	Resposta: "função polinomial"
34, 49	E	Resposta: f(x)=(2/L)x : x.
43, 46	E	Resposta: f(x) = 2x.
Certas (C)	10	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	12	
Não Realizada (N)	6	
	Total Alunos Participantes = 28	

Data: 16/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 2		**ATIVIDADE 1**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 40	E	Resposta: f(x) = 2x.
3, 7	E	Resposta: f(x) = 2x.
4, 8	C	Resposta: f(x) = x : 2
5, 37	N	
6, 48	E	Resposta: f(x) = 68
9, 30	E	Resposta: f(x) = 2x.
10, 14	E	Resposta: f(2) = x + 0
11, 15	C	Resposta: f(x) = x : 2
13, 43	E	Resposta: f(x) = 2x.
17, 31	E	Resposta: f(x) = x - 0
18, 20	E	Resposta: f(x) = x + a + b
21, 44	E	Resposta: f(x) = 2
25, 38	N	
29, 34	E	Resposta: f(x) = (ax + b) / 2.
33, 46	N	
36, 39	E	Resposta: f(x) = 2x.
42, 45	E	Resposta: f(x) = ax/b – 1
51, 54	E	Resposta: f(x) = 2x.
Certas (C)	4	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	26	
Não Realizada (N)	6	
	Total Alunos Participantes = 36	

Data: 16/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 3		**ATIVIDADE 1**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 44	E	Resposta: f(x)=2a + b
3, 29	N	
4, 50	E	Resposta: f(x) = 2x.
8, 30	C	Resposta: f(x) = x / 2
9, 33	E	Resposta: f(x) = 2x.
10, 41	E	Resposta: f(x) = 2x.
12, 16	C	Resposta: f(x) = x / 2
18, 49	E	Resposta: f(x)=2
20, 39	E	Resposta: f(x)=2
21, 26	E	Resposta: f(2)=x=2
23, 46	E	Resposta: f2 (x=2)
24, 36	E	Resposta: f(x)=2x + b
25, 43	E	Resposta: f(x) = 2x.
27, 37	E	Resposta: f(x) = 2x.
31, 42	E	Resposta: f(x) = 2x.
45, 51	E	Resposta: f(x)=2x + b
48, 52	N	
Certas (C)		4
Acerto Parcial (P)		0
Errada (E)		26
Não Realizada (N)		4
		Total Alunos Participantes = 34

Apêndice D2 – Planilha da Atividade 2

D2.A – Atividade 2 – Letra A

Data: 22/10/09		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 1		**ATIVIDADE 2 - Letra A (Item 1)**
Nº		Respostas dos Alunos
2,11	C	f(x)=2x + 400
5,27	C	f(x)=2x + 400
6, 8	E	f(x)=4x
7, 21	E	f(x)=400x + 2.
14, 45	E	Casos particulares da função afim
15, 26	E	f(x)=400x + 2.
18, 50	E	f(x)=ax+b
23, 31	C	f(x)=2x + 400
24, 39	N	
28, 48	C	f(x)=x + 400.
32, 37	C	f(x)=2x + 400
33,51	E	f(x)=400x + 2,00.
34, 49	E	f(x)=ax+b
43, 46	E	f(x)=400x + 2.
Certas (C)		10
Acerto Parcial (P)		0
Errada (E)		16
Não Realizada (N)		2
		Total Alunos Participantes = 28

Data: 16/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 2		**ATIVIDADE 2 - Letra C (Turma 1= Letra A) - Item 1**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 40	E	f(x)=760
3, 7	E	f(x)=400
4, 8	E	f(x)=400x + 2.
5, 37	N	
6, 48	E	f(x)=1100 / 2
9, 30	E	f(x)=400x + 2.
10, 14	E	f(400)=750x
11, 15	E	O salário mensal é de 400 reais mais o lucro de peças vendidas
13, 43	C	f(x)=2x + 400
17, 31	N	
18, 20	N	
21, 44	E	f(x)=400
25, 38	E	400=550X + 2
29, 34	N	
33, 46	C	f(x)=2x + 400
36, 39	E	f(x)=1160x
42, 45	E	Contra domínio
51, 54	E	f(x)=400a + 2
Certas (C)	4	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	24	
Não Realizada (N)	8	
	Total Alunos Participantes = 36	

Data: 16/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 3		**ATIVIDADE 2 - Letra A (Item 1)**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 44	C	f(x)=2x + 400
3, 29	P	f(x)=2.1 + 400
4, 50	C	f(x)=2x + 400
8, 30	C	f(x)=2x + 400
9, 33	C	f(x)=2x + 400
10, 41	C	f(x)=2x + 400
12, 16	N	
18, 49	E	f(400x)=800
20, 39	C	f(x)=2x + 400
21, 26	E	f(400)=2 + b
23, 46	E	f(400x)
24, 36	C	f(x)=2x + 400
25, 43	E	f(x)=8x
27, 37	C	f(x)=2x + 400
31, 42	C	f(x)=2x + 400
45, 51	E	f(x)=400x + 2.
48, 52	N	
Certas (C)	18	
Acerto Parcial (P)	2	
Errada (E)	10	
Não Realizada (N)	4	
	Total Alunos Participantes = 34	

D2.B – Atividade 2 – Letra B

Data: 22/10/09		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 1		**ATIVIDADE 2 - Letra B (Item 2)**
Nº		Respostas dos Alunos
2,11	E	R$780,00.
5,27	C	f(380) = 2 . 380 + 400 = R$1160,00
6, 8	C	1160. Não apresentou cálculo.
7, 21	E	R$760,00.
14, 45	C	f(x) = 2 . 380 + 400 = R$1160,00.
15, 26	E	R$760,00.
18, 50	C	Utilizou a expressão (380 . 2) + 400
23, 31	C	f(380) = 2 . 380 + 400 = R$1160,00
24, 39	C	1160. Não apresentou cálculo.
28, 48	C	f(x)=2x e depois f(x) =x+400
32, 37	C	1160. Não apresentou cálculo.
33,51	P	Aplicou corretamente a função, mas ela está errada.
34, 49	C	Utilizou o cálculo 380 x 2 = 760 + 400 = 1160
43, 46	E	R$760,00.
Certas (C)	18	
Acerto Parcial (P)	2	
Errada (E)	8	
Não Realizada (N)	0	
	Total Alunos Participantes = 28	

Data: 16/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 2		**ATIVIDADE 2 - Letra A (Turma 1= Letra B) - (Item 2)**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 40	E	f(x) = 760 x
3, 7	C	R$1160,00.
4, 8	C	R$1160,00.
5, 37	N	
6, 48	E	R$760,00.
9, 30	E	R$1260,00.
10, 14	E	R$760,00.
11, 15	C	R$1160,00.
13, 43	C	f(380) = 2 . 380 + 400 = R$1160,00
17, 31	N	
18, 20	C	R$1160,00.
21, 44	E	R$760,00.
25, 38	C	R$1160,00.
29, 34	C	f(380) = 2 . 380 + 400 = R$1160,00
33, 46	N	
36, 39	C	R$1160,00.
42, 45	C	R$1160,00.
51, 54	E	R$304 000,00
Certas (C)	18	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	12	
Não Realizada (N)	6	
	Total Alunos Participantes = 36	

Data: 16/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 3		**ATIVIDADE 2 - Letra B (Item 2)**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 44	C	f(380) = 2 . 380 + 400 = R$1160,00
3, 29	N	
4, 50	N	
8, 30	C	f(380) = 2 . 380 + 400 = R$1160,00
9, 33	C	f(380) = 2 . 380 + 400 = R$1160,00
10, 41	C	R$1160,00.
12, 16	N	
18, 49	E	f(380x)=1360
20, 39	E	R$760,00.
21, 26	E	f(x)=400,00; a=2,00 então b=1160,00
23, 46	N	
24, 36	E	f(x)=2x + 400
25, 43	E	R$760,00.
27, 37	C	f(380) = 2 . 380 + 400 = R$1160,00
31, 42	C	f(380) = 2 . 380 + 400 = R$1160,00
45, 51	C	f(380) = 2 . 380 + 400 = R$1160,00
48, 52	N	
Certas (C)	14	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	10	
Não Realizada (N)	10	
	Total Alunos Participantes = 34	

D2.C – Atividade 2 – Letra C

Data: 22/10/09		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 1		**ATIVIDADE 2 - Letra C (Item 3)**
Nº		Respostas dos Alunos
2,11	E	750 peças.
5,27	C	550 peças está correta. Não usou a função.
6, 8	C	550 peças está correta. Não usou a função.
7, 21	E	750 peças.
14, 45	N	
15, 26	E	750 peças.
18, 50	C	550 peças.Utilizou a expressão (1500 - 400) : 2
23, 31	C	550 peças. Utilizou corretamente a função.
24, 39	C	550 peças está correta. Não usou a função.
28, 48	C	550 peças. Mesmo erro do item B. f(x)=x-400 e depois f(x)=x:2
32, 37	C	550 peças está correta. Não usou a função.
33,51	E	f(x) = 200.7 = 1400
34, 49	E	1500/2
43, 46	E	750 peças.
Certas (C)	14	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	12	
Não Realizada (N)	2	
	Total Alunos Participantes = 28	

Data: 16/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 2		**ATIVIDADE 2 - Letra B (Turma 1 = Letra C) - (Item 3)**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 40	E	750 peças.
3, 7	C	550 peças.
4, 8	E	1100
5, 37	N	
6, 48	C	550 peças.
9, 30	E	400
10, 14	E	750 peças.
11, 15	C	550 peças.
13, 43	C	550 peças. Utilizou a expressão (1500 - 400) : 2
17, 31	N	
18, 20	E	750 peças.
21, 44	E	4 peças
25, 38	C	550 peças.
29, 34	C	550 peças. f(550) = 2 . 550 + 400 = R$1500,00
33, 46	N	
36, 39	E	750 peças.
42, 45	E	750 peças.
51, 54	E	3 peças
Certas (C)	12	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	18	
Não Realizada (N)	6	
	Total Alunos Participantes = 36	

Data: 16/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 3		**ATIVIDADE 2 - Letra C (Item 3)**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 44	C	550 peças. Aplicou corretamente a função.
3, 29	N	
4, 50	N	
8, 30	E	750 peças.
9, 33	C	550 peças. Aplicou corretamente a função.
10, 41	C	550 peças. Aplicou corretamente a função.
12, 16	C	550 peças. Aplicou corretamente a função.
18, 49	E	f(1500x)=3000
20, 39	E	750 peças.
21, 26	E	450 peças
23, 46	E	450 peças
24, 36	E	f(x)=400x + 1500
25, 43	E	750 peças.
27, 37	E	350 peças. Aplicou a função para f(x)=1100,00
31, 42	E	750 peças.
45, 51	C	550 peças. Aplicou corretamente a função.
48, 52	N	
Certas (C)	10	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	18	
Não Realizada (N)	6	
	Total Alunos Participantes = 34	

D2.D – Atividade 2 – Letra D

Data: 22/10/09		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 1		**ATIVIDADE 2 - Letra D (Item 4)**
Nº		Respostas dos Alunos
2,11	C	Porque ele recebe R$400,00 de salário fixo.
5,27	C	R$400,00
6, 8	C	R$400,00
7, 21	C	R$400,00
14, 45	N	
15, 26	C	R$400,00
18, 50	C	R$400,00
23, 31	C	Ele tem quantia fixa de R$400,00
24, 39	C	Seu salário fixo é de 400,00 reais
28, 48	C	Sua quantia fixa é de R$400,00
32, 37	C	Seu salário será de 400,00 reais
33,51	C	R$400,00
34, 49	C	Ele tem salário fixo de R$400,00.
43, 46	C	R$400,00
Certas (C)	26	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	0	
Não Realizada (N)	2	
	Total Alunos Participantes = 28	

Data: 16/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 2		**ATIVIDADE 2 - Letra D (Turma 1 = Letra D) - (Item 4)**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 40	E	Não. Porque ele recebe seu salário de acordo com as vendas.
3, 7	C	Porque seu salário é de R$400,00 fora suas comissões.
4, 8	C	R$400,00
5, 37	N	
6, 48	C	R$400,00
9, 30	C	R$400,00
10, 14	C	Porque Existe uma taxa fixa de R$400,00.
11, 15	C	R$400,00
13, 43	C	R$400,00
17, 31	N	
18, 20	E	Não. Porque ele já recebe sem vender nenhuma peça já tem seu salário.
21, 44	C	Porque o salário dele será de R$400,00.
25, 38	C	R$400,00
29, 34	C	Receberá os R$400,00 fixos.
33, 46	N	
36, 39	C	Ele já ganha R$400,00 sem vender peças porque já é fixo.
42, 45	C	R$400,00
51, 54	C	R$400,00
Certas (C)	26	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	4	
Não Realizada (N)	6	
	Total Alunos Participantes = 36	

Data: 16/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 3		**ATIVIDADE 2 - Letra D (Item 4)**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 44	C	Seu salário fixo é de R$400,00
3, 29	N	
4, 50	C	R$400,00
8, 30	C	R$400,00
9, 33	C	R$400,00
10, 41	C	Seu salário será de R$400,00
12, 16	C	Ele receberá 400,00 reais
18, 49	E	O vendedor ganha por peças que ele vende. Se ele não vender ele não recebe salário.
20, 39	C	R$400,00
21, 26	C	Ele receberá R$400,00 porque é o fixo.
23, 46	C	Ele receberá R$400,00 porque é o fixo.
24, 36	E	f(x)=400x
25, 43	C	R$400,00 como parte fixa.
27, 37	C	R$400,00
31, 42	C	Seu salário será de R$400,00
45, 51	C	R$400,00
48, 52	C	Receberá R$400,00 porque é seu salário fixo.
Certas (C)		28
Acerto Parcial (P)		0
Errada (E)		4
Não Realizada (N)		2
		Total Alunos Participantes = 34

Apêndice D3 – Planilha da Atividade 3

Data: 22/10/09		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 1		**ATIVIDADE 3**
Nº		Respostas dos Alunos
2,11	C	A: f(x)=50x + 100 e B: f(x)=40x + 180
5,27	C	A: f(x)=50x + 100 e B: f(x)=40x + 180
6, 8	N	
7, 21	N	
14, 45	N	
15, 26	N	
18, 50	N	
23, 31	C	A: f(x)=50x + 100 e B: f(x)=40x + 180
24, 39	N	
28, 48	C	A: f(x)=50x + 100 e B: f(x)=40x + 180
32, 37	N	
33,51	P	A: f(x)=0,5x + 100 e B: f(x)=0,4x + 180.
34, 49	P	A: f(x)=100 + 50 e B: f(x)= 180 + 40.
43, 46	N	
Certas (C)		8
Acerto Parcial (P)		4
Errada (E)		0
Não Realizada (N)		16
		Total Alunos Participantes = 28

Data: 16/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 2		**ATIVIDADE 3**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 40	N	
3, 7	E	A: f(x)=40 e B: f(x)=50
4, 8	E	A: f(x)=100x + 50 e B: f(x)=180x + 40.
5, 37	N	
6, 48	E	A: f(x)=100x + 50 e B: f(x)=180x + 40.
9, 30	E	A: f(x)=100x + 50 e B: f(x)=180x + 40.
10, 14	P	A: f(x)=50x e B: f(x)=40x.
11, 15	E	A: 150 e B: 220.
13, 43	C	A: f(x)=50x + 100 e B: f(x)=40x + 180
17, 31	E	A: f(x)=100.1 + 10 e B: f(x)=180.3 + 30
18, 20	P	A: f(x)=100 + 50 e B: f(x)= 180 + 40.
21, 44	E	A: f(x)=50 e B: f(x)=40
25, 38	E	A: f(x)=100x + 50 e B: f(x)=180x + 40.
29, 34	C	A: f(x)=50x + 100 e B: f(x)=40x + 180
33, 46	N	
36, 39	E	A: f(x)=100x + 50 e B: f(x)=180x + 40.
42, 45	P	A: f(x)=50x + 100 e B: f(x)=180x + 40.
51, 54	E	A: f(x)=100x + 50 e B: f(x)=180x + 40.
Certas (C)	4	
Acerto Parcial (P)	6	
Errada (E)	20	
Não Realizada (N)	6	
	Total Alunos Participantes = 36	

Data: 16/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 1
TURMA 3		**ATIVIDADE 3**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 44	C	A: f(x)=50x + 100 e B: f(x)=40x + 180
3, 29	P	A: f(x)=50.1 + 100 = 150,00 e B: f(x)=40.1 + 180 = 220,00
4, 50	N	
8, 30	E	A: f(x)=50x e B: f(x)=40x.
9, 33	C	A: f(x)=50x + 100 e B: f(x)=40x + 180
10, 41	E	A: f(x)=100+50=150 e B: f(x)=180+40=220
12, 16	N	
18, 49	P	A: f(x)=50x + 100 e B em branco
20, 39	C	A: f(x)=50x + 100 e B: f(x)=40x + 180
21, 26	N	
23, 46	P	A: f(x)=50 + 100 e B: f(x)=40x + 180.
24, 36	P	A: f(x)=100x + 50 e B: f(x)=180x + 40.
25, 43	E	A: f(x)= 150 + 220 e B: f(x)=370
27, 37	C	
31, 42	C	A: f(x)=50x + 100 e B: f(x)=40x + 180
45, 51	P	A: f(x)=100x + 50 e B: f(x)=180x + 40.
48, 52	C	A: f(x)=50x + 100 e B: f(x)=40x + 180
Certas (C)	12	
Acerto Parcial (P)	10	
Errada (E)	6	
Não Realizada (N)	6	
	Total Alunos Participantes = 34	

Apêndice D4 – Planilha da Atividade 4

D4.A – Atividade 4 – Letra A

Data: 30/10/09		Exercícios Função Afim - Parte 2
TURMA 1		**Atividade 4 - Letra A**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 11	C	f(x)= 60x + 560
5	C	f(x)= 60x + 560
15, 24	C	f(x)=560 + 60x
18, 25	N	
24, 39	E	f(x)=5x
26, 36	N	
28, 48	C	f(x)=560 + 60x
31, 43	C	f(x)=560 + 60x
33	E	f(x)=x/2
34, 51	C	f(x)=560 + 60x
Certas (C)	11	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	3	
Não Realizada (N)	4	
	Total Alunos Participantes = 18	

Data: 29/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 2
TURMA 2		**Atividade 4 - Letra A**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 17	P	f(x)=60.4+560. Colocou 4 plantões no lugar de x.
2, 4	E	R$1 460,00
3, 7	E	x=8, f(x)=24
5, 46	E	1 460
6, 33	E	1 460 mensalmente
8, 39	C	f(x)=60x + 560
9, 10	C	f(x)=60x + 560
11, 20	P	f(x)=560+60=620
12	N	
13, 43	E	1 460 mensalmente
14, 27	C	f(x)=60x + 560
18, 19	E	1 460 mensalmente
21, 44	C	f(x)=60x + 560
29, 34	C	f(x)=60x + 560
30, 45	E	1 460 mensalmente
31, 48	E	460 mensalmente
36	C	f(x)=60x + 560
37, 40	E	f(9)=60.9=560
51, 54	N	
Certas (C)	11	
Acerto Parcial (P)	4	
Errada (E)	18	
Não Realizada (N)	3	
	Total Alunos Participantes = 36	

Data: 29/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 2
TURMA 3		**Atividade 4 - Letra A**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 28	C	f(x)=60x + 560
3, 46	N	
4, 20	C	f(x)=60x + 560
6, 21	E	f(x)=2x+10
8, 36	C	f(x)=60x + 560
9, 33	C	f(x)=60x + 560
10, 41	E	f(x)=560
11, 52	E	f(x)=60x
12, 22	C	f(x)=60x + 560
16, 23	C	f(x)=60x + 560
18, 30	C	f(x)=60x + 560
19, 43	C	f(x)=60x + 560
24	P	f(31)=60.31+560=2420
26, 39	P	f(x)=60.12+560
29, 48	P	f(x)=60.10+560
31, 42	C	f(x)=60x + 560
37, 49	C	f(x)=60x + 560
45, 51	E	f(100)=100.56+10=560
Certas (C)		20
Acerto Parcial (P)		5
Errada (E)		8
Não Realizada (N)		2
		Total Alunos Participantes = 35

D4.B – Atividade 4 – Letra B

Data: 30/10/09		Exercícios Função Afim - Parte 2
TURMA 1		**Atividade 4 - Letra B**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 11	E	Para ter um salário superior ele deve trabalhar 26 dias. Sem nenhum cálculo.
5	C	f(5)=60 . 5 + 560 = 300 + 560 = 860
15, 24	C	5 plantões. Não utilizou corretamente a função. Fez f(x)=560 + 60 . 5 = 560 + 300 = 860
18, 25	C	5 plantões. Fez 60 . 5 + 560 = 300 + 560 = 860, concluindo que serão 5 palntões
24, 39	C	60 . 5 = 300 + 560 = 860.
26, 36	E	15 plantões. Multiplicou 15 por R$60,00 e achou R$900,00, superior a R$850,00.
28, 48	C	5 plantões.Calcularam f(x) para 1,2,3, etc. até encontrar valor superior a R$850,00
31, 43	C	Número mínimo de plantões é 5 porque f(5)=60 . 5 + 560 = 300 + 560 = 860
33	N	
34, 51	P	26 noites.Fez f(x)=560+ 60.5 = 860. Aí se o mês tem 31 dias, então 31-5 = 26 dias.
Certas (C)		11
Acerto Parcial (P)		2
Errada (E)		4
Não Realizada (N)		1
		Total Alunos Participantes = 18

Data: 29/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 2
TURMA 2		**Atividade 4 - Letra B**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 17	E	f(6)=60.6+560=920
2, 4	E	13 plantões
3, 7	E	15 plantões
5, 46	E	13
6, 33	E	13 plantões
8, 39	E	f(x)=850x=2
9, 10	C	5 plantões
11, 20	E	4
12	N	
13, 43	E	13 plantões
14, 27	C	5 plantões
18, 19	E	15 plantões
21, 44	E	15 plantões
29, 34	E	4 plantões
30, 45	E	13 plantões
31, 48	E	13 plantões
36	E	f(x)=850, x=2 plantões
37, 40	E	13 plantões
51, 54	N	
Certas (C)	4	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	29	
Não Realizada (N)	3	
	Total Alunos Participantes = 36	

Data: 29/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 2
TURMA 3		**Atividade 4 - Letra B**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 28	C	f(5)=5.60+560=860
3, 46	N	
4, 20	E	14
6, 21	C	Necessário 5 plantões
8, 36	E	O número mínimo é 15 plantões
9, 33	C	f(5)=5.60+560
10, 41	C	5 plantões
11, 52	E	4 plantões
12, 22	C	5 plantões
16, 23	E	O número mínimo é 15 plantões
18, 30	E	Tem que fazer 15 plantões
19, 43	E	10 plantões
24	C	5 plantões
26, 39	E	No mínimo ela vai fazer 14 plantões
29, 48	E	14
31, 42	E	O número mínimo é 15 plantões
37, 49	C	5
45, 51	C	5 plantões
Certas (C)	15	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	18	
Não Realizada (N)	2	
	Total Alunos Participantes = 35	

D4.C – Atividade 4 – Letra C

Data: 30/10/09		Exercícios Função Afim - Parte 2
TURMA 1		**Atividade 4 - Letra C**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 11	C	Construíram a tabela aplicando corretamenta a função f(x)= 60x + 560.
5	P	Encontrou a função f(x) = 60x + 560, porém ao construir a tabela escreveu f(x) = 60x.
15, 24	C	Construíram a tabela corretamenta aplicando a função f(x)= 60x + 560.
18, 25	C	Construíram a tabela com os valores corretos, sem apresentar os cálculos.
24, 39	E	Como encontraram como função f(x)=5x, construíram a tabela para valores de x entre 1 e 5.
26, 36	N	
28, 48	C	Construíram a tabela corretamenta aplicando a função f(x)= 60x + 560.
31, 43	P	Encontraram a função f(x) = 60x + 560, ao construir a tabela escreveram f(x) = 60x.
33	E	Encontrou como função f(x)=x/2. Tabela construída errada.
34, 51	C	Construíram a tabela corretamenta aplicando a função f(x)= 60x + 560.
Certas (C)		10
Acerto Parcial (P)		3
Errada (E)		3
Não Realizada (N)		2
		Total Alunos Participantes = 18

Data: 29/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 2
TURMA 2		**Atividade 4 - Letra C**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 17	N	
2, 4	C	tabela construída corretamente
3, 7	E	tabela construída errada (x=56, 60 e 15) e f(x)=4x+1
5, 46	N	
6, 33	C	tabela construída corretamente
8, 39	E	tabela construída errada (f(x)=4x+10)
9, 10	E	tabela construída errada (f(x)=2x+1)
11, 20	E	tabela construída errada (f(x)=4x+10)
12	N	
13, 43	C	tabela construída corretamente
14, 27	C	tabela construída corretamente
18, 19	C	tabela construída corretamente
21, 44	E	tabela construída errada (f(x)=4x+10)
29, 34	N	
30, 45	C	tabela construída corretamente
31, 48	E	tabela construída errada.
36	E	tabela construída errada (f(x)=4x+10)
37, 40	P	tabela construída corretamente para a função encontrada no item a (f(x)=60x)
51, 54	N	
Certas (C)		12
Acerto Parcial (P)		2
Errada (E)		13
Não Realizada (N)		9
		Total Alunos Participantes = 36

Data: 29/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 2
TURMA 3		**Atividade 4 - Letra C**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 28	C	Tabela construída corretamente
3, 46	N	
4, 20	E	Tabela construída de forma incorreta.
6, 21	E	f(x)=60x+10 e ainda cometeu erros de cálculo.
8, 36	P	Encontrou a função f(x) = 60x + 560, ao construir a tabela escreveu f(x) = 60x.
9, 33	C	Tabela construída corretamente
10, 41	P	Encontrou a função f(x) = 60x + 560, ao construir a tabela escreveu f(x) = 60x.
11, 52	P	Encontrou a função f(x) = 60x. Tabela construída corretamente para a função encontrada.
12, 22	C	Tabela construída corretamente
16, 23	E	Tabela parcialmente construída. Colocou apenas os plantões.
18, 30	C	Tabela construída corretamente
19, 43	C	Tabela construída corretamente
24	C	Tabela construída corretamente
26, 39	E	Tabela construída de forma incorreta.
29, 48	E	Tabela construída de forma incorreta.
31, 42	C	Tabela construída corretamente
37, 49	C	Tabela construída corretamente
45, 51	C	Tabela construída corretamente
Certas (C)	17	
Acerto Parcial (P)	6	
Errada (E)	10	
Não Realizada (N)	2	
	Total Alunos Participantes = 35	

Apêndice D5 – Planilha da Atividade 5

Data: 30/10/09		Exercícios Função Afim - Parte 2
TURMA 1		**Atividade 4 - Letra C**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 11	P	f(x)=2x+1 está correta a função. Não apresentou os cálculos nem completou a tabela.
5	E	Montou o sistema de equações. Não desenvolveu o cálculo. Não completou a tabela.
15, 24	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou os cáculos.
18, 25	N	
24, 39	P	f(x)=2x+1 está correta a função. Não completou a tabela.
26, 36	E	Montou incorretamente o sistema de equações. Não completou a tabela.
28, 48	P	Encontrou o valor de "a" mas errou no de "b". Não completou a tabela.
31, 43	N	
33	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou os cáculos.
34, 51	N	
Certas (C)	0	
Acerto Parcial (P)	6	
Errada (E)	6	
Não Realizada (N)	6	
	Total Alunos Participantes = 18	

Data: 29/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 2
TURMA 2		**ATIVIDADE 5**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 17	E	Função e tabela incorretas.
2, 4	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
3, 7	E	Função e tabela incorretas.
5, 46	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
6, 33	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
8, 39	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
9, 10	E	Função e tabela incorretas.
11, 20	E	Função e tabela incorretas.
12	N	
13, 43	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
14, 27	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
18, 19	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
21, 44	E	Função e tabela incorretas.
29, 34	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
30, 42	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
31, 48	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
36	N	
37, 40	E	Função e tabela incorretas.
51, 54	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
Certas (C)	0	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	34	
Não Realizada (N)	2	
	Total Alunos Participantes = 36	

Data: 29/04/10		Exercícios Função Afim - Parte 2
TURMA 3		**ATIVIDADE 5**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 28	E	Função e tabela incorretas. Não apresentou os cáculos.
3, 46	E	Função e tabela incorretas. Não apresentou os cáculos.
4, 20	C	Função e tabela corretas.
6, 21	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
8, 36	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
9, 33	P	f(x)=2x+1 está correta a função. Errou na construção da tabela.
10, 41	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
11, 52	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
12, 22	P	Tabela construída corretamente. Não escreveu a função.
16, 23	N	
18, 30	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
19, 43	E	Função e tabela incorretas.
24	E	Função e tabela incorretas.
26, 39	C	Função e tabela corretas.
29, 48	C	Função e tabela corretas.
31, 42	E	Tabela com valores incorretos. Não apresentou a função..
37, 49	E	f(x)=2x+4 incorreta a função. Tabela construída para a função encontrada correta.
45, 51	E	Função e tabela incorretas.
Certas (C)	6	
Acerto Parcial (P)	4	
Errada (E)	23	
Não Realizada (N)	2	
	Total Alunos Participantes = 35	

Apêndice D6 – Planilha da Atividade 6

D6.A – Atividade 6 – Letra A

Data: 15/11/09		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 1		**Atividade 6 - Letra A**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 11	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
5, 18	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
7, 27	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
14, 32	N	Construiu somente o plano cartesiano
15, 50	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
23, 46	P	Tabela construída, porém um dos pontos marcado incorretamente.
24, 25	E	Construiu a tabela errada. Erro de cálculo algébrico.
26	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
31, 43	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
33, 48	E	Não construiu a tabela e o gráfico está completamente errado
34	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
38, 39	P	Tabela construída, porém um dos pontos marcado incorretamente.
49, 51	E	Tabela e gráfico construídos de forma incorreta
Certas (C)	11	
Acerto Parcial (P)	4	
Errada (E)	7	
Não Realizada (N)	2	
	Total Alunos Participantes = 24	

Data: 14/05/10		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 2		**Atividade 6 - Letra A**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 31	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
3, 7	P	Tabela construída com erros. O gráfico construído correto para os pontos encontrados.
4, 39	P	Tabela construída com erros. O gráfico construído correto para os pontos encontrados.
5, 46	E	Tabela construída com erro. O gráfico não foi construído.
6, 48	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
8, 19	P	Tabela construída com erros. O gráfico construído correto para os pontos encontrados.
9, 10	P	Tabela construída com erros. O gráfico construído correto para os pontos encontrados.
11, 15	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
13, 43	E	Tabela construída corretamente. Não construiu o gráfico.
17, 27	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
18, 20	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
21, 44	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
25, 42	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
29, 34	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
30	E	Tabela construída corretamente. Construiu o gráfico incorretamente.
33, 40	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
51, 54	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
Certas (C)	6	
Acerto Parcial (P)	8	
Errada (E)	19	
Não Realizada (N)	0	
	Total Alunos Participantes = 33	

Data: 13/05/10		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 3		**Atividade 6 - Letra A**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 22	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
3, 5	E	Não construiu a tabela e o gráfico está completamente errado
4, 20	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
8, 27	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
9, 33	P	Tabela construída com erros. O gráfico construído corretamente para os pontos encontrados.
10, 41	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
12, 24	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
16, 23	E	Não construiu a tabela e o gráfico está completamente errado
18, 30	P	Tabela construída com erros. O gráfico construído corretamente para os pontos encontrados.
19, 43	P	Tabela construída com erros. O gráfico construído corretamente para os pontos encontrados.
21, 46	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
25	N	
26, 47	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
28, 39	P	Tabela construída com erros. O gráfico construído corretamente para os pontos encontrados.
29, 48	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
31, 42	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
36, 37	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
45, 51	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
49, 50	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
Certas (C)	8	
Acerto Parcial (P)	8	
Errada (E)	20	
Não Realizada (N)	1	
	Total Alunos Participantes = 37	

D6.B – Atividade 6 – Letra B

Data: 15/11/09		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 1		**Atividade 6 - Letra B**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 11	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
5, 18	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
7, 27	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
14, 32	N	Construiu somente o plano cartesiano
15, 50	E	Tabela construída com erro. O gráfico não foi construído.
23, 46	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
24, 25	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
26	P	Tabela construída corretamente, porém no gráfico, o ponto (2,5) foi marcado no ponto (2,3)
31, 43	E	Não construiu a tabela e o gráfico está completamente errado
33, 48	E	Tabela construída com erros. O gráfico construído corretamente para os pontos encontrados.
34	N	
38, 39	N	
49, 51	E	Tabela e gráfico construídos de forma incorreta
Certas (C)	6	
Acerto Parcial (P)	3	
Errada (E)	4	
Não Realizada (N)	11	
	Total Alunos Participantes = 24	

Data: 14/05/10		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 2		**Atividade 6 - Letra B**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 31	N	
3, 7	P	Tabela construída com erros. O gráfico construído corretamente para os pontos encontrados.
4, 39	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
5, 46	E	Tabela construída incorretamente. Não construiu o gráfico.
6, 48	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
8, 19	N	
9, 10	P	Tabela construída com erros. O gráfico construído corretamente para os pontos encontrados.
11, 15	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
13, 43	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
17, 27	N	
18, 20	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
21, 44	E	Tabela construída incorretamente. Não construiu o gráfico.
25, 42	P	Tabela construída com erros. O gráfico construído corretamente para os pontos encontrados.
29, 34	E	Tabela construída corretamente. Construiu o gráfico incorretamente.
30	E	Tabela construída incorretamente. Não construiu o gráfico.
33, 40	N	
51, 54	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
Certas (C)		2
Acerto Parcial (P)		6
Errada (E)		17
Não Realizada (N)		8
		Total Alunos Participantes = 33

Data: 13/05/10		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 3		Atividade 6 - Letra B
Nº		Respostas dos Alunos
2, 22	P	Tabela construída com erros. O gráfico construído corretamente para os pontos encontrados.
3, 5	E	Não construiu a tabela e o gráfico está completamente errado
4, 20	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
8, 27	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
9, 33	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
10, 41	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
12, 24	P	Tabela construída com erros. O gráfico construído corretamente para os pontos encontrados.
16, 23	N	
18, 30	P	Tabela construída com erros. O gráfico construído corretamente para os pontos encontrados.
19, 43	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
21, 46	N	
25	N	
26, 47	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
28, 39	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
29, 48	E	Tabela construída com erro. O gráfico não foi construído.
31, 42	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
36, 37	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
45, 51	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
49, 50	E	Não construiu a tabela e o gráfico está completamente errado
Certas (C)		8
Acerto Parcial (P)		6
Errada (E)		18
Não Realizada (N)		5
		Total Alunos Participantes = 37

Apêndice D7 – Planilha da Atividade 7

Data: 15/11/09		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 1		**Atividade 7**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 11	P	Tabela com erro de cálculo algébrico. Construído gráfico para os pontos encontrados.
5, 18	N	
7, 27	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
14, 32	N	
15, 50	N	
23, 46	E	Tabela incompleta e ponto no plano cartesiano construído com erro.
24, 25	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
26	N	
31, 43	N	
33, 48	E	Não construiu tabela e o ponto marcado no plano cartesiano não pertence à função.
34	P	Tabela e pontos no plano cartesiano construídos corretamente. Erro ao ligar os pontos.
38, 39	N	
49, 51	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
Certas (C)		6
Acerto Parcial (P)		3
Errada (E)		4
Não Realizada (N)		11
		Total Alunos Participantes = 24

Data: 14/05/10		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 2		**Atividade 7**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 31	N	
3, 7	P	Tabela com erro de cálculo algébrico. Construído gráfico para os pontos encontrados.
4, 39	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
5, 46	E	Tabela construída incorretamente. Não construiu o gráfico.
6, 48	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
8, 19	N	
9, 10	P	Tabela com erro de cálculo algébrico. Construído gráfico para os pontos encontrados.
11, 15	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
13, 43	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
17, 27	N	
18, 20	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
21, 44	E	Tabela construída incorretamente. Não construiu o gráfico.
25, 42	P	Tabela com erro de cálculo algébrico. Construído gráfico para os pontos encontrados.
29, 34	E	Tabela construída corretamente. Construiu o gráfico incorretamente.
30	E	Tabela construída incorretamente. Não construiu o gráfico.
33, 40	N	
51, 54	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
Certas (C)		2
Acerto Parcial (P)		6
Errada (E)		17
Não Realizada (N)		8
		Total Alunos Participantes = 33

Data: 13/05/10		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 3		**Atividade 7**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 22	P	Tabela com erro de cálculo algébrico. Construído gráfico para os pontos encontrados.
3, 5	N	
4, 20	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
8, 27	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
9, 33	P	Tabela com erro de cálculo algébrico. Construído gráfico para os pontos encontrados.
10, 41	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
12, 24	P	Tabela com erro de cálculo algébrico. Construído gráfico para os pontos encontrados.
16, 23	N	
18, 30	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
19, 43	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
21, 46	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
25	N	
26, 47	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
28, 39	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
29, 48	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
31, 42	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
36, 37	C	Tabela e gráfico construídos corretamente
45, 51	E	Tabela e gráfico construídos incorretamente
49, 50	N	
Certas (C)		12
Acerto Parcial (P)		6
Errada (E)		12
Não Realizada (N)		7
		Total Alunos Participantes = 37

Apêndice D8 – Planilha da Atividade 8

Data: 15/11/09		Função Afim - Parte 3		Função Afim - Parte 3		Função Afim - Parte 3
TURMA 1		**Atividade 8 - Letra A**		**Atividade 8 - Letra B**		**Atividade 8 - Letra C**
Nº		Respostas Alunos		Respostas Alunos		Respostas Alunos
2, 11	E	Aquecida	C	positiva	E	f(x)= 2x + 1.
5, 18	C	Resfriada	C	positiva	N	
7, 27	N		N		N	
14, 32	N		N		N	
15, 50	E	Aquecida	C	positiva	N	
23, 46	N		N		N	
24, 25	E	Aquecida	C	positiva	N	
26	E	Aquecida	C	positiva	N	
31, 43	N		N		N	
33, 48	E	Aquecida	E	negativa.	E	f(x)= ax + 4.
34	N		N		N	
38, 39	E	Aquecida	C	positiva	N	
49, 51	E	Aquecida	C	positiva	N	
Certas (C)		2		14		0
Acerto Parcial (P)		0		0		0
Errada (E)		13		1		3
Não Realizada (N)		9		9		21
		Alunos Participantes = 24		Alunos Participantes = 24		Alunos Participantes = 24

Data: 14/05/10		Função Afim - Parte 3		Função Afim - Parte 3		Função Afim - Parte 3
TURMA 2		**Atividade 8 - Letra A**		**Atividade 8 - Letra B**		**Atividade 8 - Letra C**
Nº		Respostas Alunos		Respostas Alunos		Respostas Alunos
1, 31	E	Aquecida	C	positiva	E	f(x)=0 . 8 + 10.
3, 7	C	Resfriada	C	positiva	N	
4, 39	C	Resfriada	C	positiva	E	f(x)= - 8 - 16.
5, 46	C	Resfriada	C	positiva	N	
6, 48	C	Resfriada	C	positiva	E	16 X 8 min.
8, 19	C	Resfriada	C	positiva	E	f(x)=10x
9, 10	E	Aquecida	C	positiva	E	f(x)=10
11, 15	C	Resfriada	C	positiva	E	f(x)=8
13, 43	E	Aquecida	C	positiva	N	
17, 27	C	Resfriada	E	negativa	N	
18, 20	C	Resfriada	C	positiva	N	
21, 44	C	Resfriada	E	negativa	E	f(x)=x + 10
25, 42	C	Resfriada	C	positiva	N	
29, 34	C	Resfriada	C	positiva	E	f(x)=ax + b.
30	E	Aquecida	E	Negativa	N	
33, 40	C	Resfriada	C	Positiva	N	
51, 54	C	Resfriada	C	Positiva	E	16 min está em -4.
Certas (C)		26		28		0
Acerto Parcial (P)		0		0		0
Errada (E)		7		5		18
Não Realizada (N)		0		0		15
		Alunos Participantes = 33		Alunos Participantes = 33		Alunos Participantes = 33

Data: 13/05/10		Função Afim - Parte 3		Função Afim - Parte 3		Função Afim - Parte 3
TURMA 3		**Atividade 8 - Letra A**		**Atividade 8 - Letra B**		**Atividade 8 - Letra C**
Nº		Respostas Alunos		Respostas Alunos		Respostas Alunos
2, 22	E	Aquecida	C	positiva	N	
3, 5	C	Resfriada	E	negativa	E	f(x)=10x + 16
4, 20	C	Resfriada	C	positiva	N	
8, 27	E	Aquecida	C	positiva	E	f(x)=0x + 10
9, 33	C	Resfriada	C	positiva	N	
10, 41	C	Resfriada	C	positiva	N	
12, 24	C	Resfriada	C	positiva	N	
16, 23	E	Aquecida	C	positiva	N	
18, 30	E	Aquecida	C	positiva	E	f(1)=0<10>
19, 43	N		N		N	
21, 46	C	Resfriada	C	positiva	N	
25	N		N		N	
26, 47	C	Resfriada	E	negativa	N	
28, 39	C	Resfriada	C	positiva	E	f(6)=1 . 6 - 2 = 4.
29, 48	C	Resfriada	E	negativa.	N	
31, 42	C	Resfriada	C	positiva	E	f(6)=1 . 6 - 2 = 4.
36, 37	E	Aquecida	C	positiva	E	f(0)=0.
45, 51	E	Aquecida	C	Positiva	E	f(0)=0+10=10
49, 50	C	Resfriada	C	Positiva	E	Entre 12 e 8 na linha vertical.
Certas (C)		22		28		0
Acerto Parcial (P)		0		0		0
Errada (E)		12		6		16
Não Realizada (N)		3		3		21
		Alunos Participantes = 37		Alunos Participantes = 37		Alunos Participantes = 37

Apêndice D9 – Planilha da Atividade 9

D9.A – Atividade 9 – Letra A

Data: 04/12/09		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 1		**Atividade 9 - Letra A**
Nº		Respostas dos Alunos
2	E	f(x)=x+100.
5	E	f(x)=5.10.
7	E	f(x)=100 . 5x . 10
8	N	
11	E	f(x)=5x+10.
15	N	
18	E	f(x)=x(x+x)
23	N	
24	E	f(x)=x – 5
25	N	
26	N	
27	C	f(x)=2x
31	E	f(x)=10x
32	N	
33	N	
34	E	f(x)=10 . 5 + 1
37	N	
38	N	
39	E	f(x)=5x=10
43	N	
46	N	
48	C	f(x)=2x + 0
49	N	
50	N	
51	E	f(x)=x + 1 . 5
Certas (C)	2	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	10	
Não Realizada (N)	13	
	Total Alunos Participantes = 25	

Data: 14/05/10		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 2		**Atividade 9 - Letra A**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 31	N	
3, 7	N	
4, 39	N	
5, 46	N	
6, 48	N	
8, 19	N	
9, 10	E	f(x)=a5 + 10
11, 15	N	
13, 43	N	
17, 27	N	
18, 20	N	
21, 44	N	
25, 42	E	f(x)=5x – 10
29, 34	E	f(x)=10x
30	N	
33, 40	N	
51, 54	N	
Certas (C)	0	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	6	
Não Realizada (N)	27	
	Total Alunos Participantes = 33	

Data: 13/05/10		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 3		**Atividade 9 - Letra A**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 22	N	
3, 5	N	
4, 20	N	
8, 27	N	
9, 33	N	
10, 41	N	
12, 24	E	f(x)=2x + 10
16, 23	N	
18, 30	E	f(x)=x + 20
19, 43	N	
21, 46	E	f(x)=2x + 5
25	N	
26, 47	N	
28, 39	N	
29, 48	N	
31, 42	E	f(x)=10x + 5
36, 37	E	f(x)=x + 5
45, 51	N	
49, 50	N	
Certas (C)		0
Acerto Parcial (P)		0
Errada (E)		10
Não Realizada (N)		27
		Total Alunos Participantes = 37

D9.B – Atividade 9 – Letra B

Data: 04/12/09		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 1		**Atividade 9 - Letra B**
Nº		Respostas dos Alunos
2	E	Construída incorretamente (x=15; f(x)=50)
5	C	Construída corretamente
7	N	
8	E	Construída incorretamente (x=20; f(x)=1,50)
11	E	Construída incorretamente. Aplicou a função do ítem A
15	N	
18	C	Construída corretamente
23	C	Construída corretamente
24	C	Construída corretamente
25	N	
26	N	
27	C	Construída corretamente
31	C	Construída corretamente
32	N	
33	N	
34	C	Construída corretamente
37	N	
38	N	
39	C	Construída corretamente
43	N	
46	E	Construída incorretamente (x=5; f(x)=10)
48	C	Construída corretamente
49	E	Construída incorretamente (x=5; f(x)=10)
50	N	
51	E	Construída incorretamente. Fez f(x)=x / 5.
Certas (C)		9
Acerto Parcial (P)		0
Errada (E)		6
Não Realizada (N)		10
		Total Alunos Participantes = 25

Data: 14/05/10		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 2		**Atividade 9 - Letra B**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 31	N	
3, 7	C	Construída corretamente
4, 39	N	
5, 46	N	
6, 48	C	Construída corretamente
8, 19	C	Construída corretamente
9, 10	E	Tabela construída incorreta
11, 15	C	Construída corretamente
13, 43	N	
17, 27	C	Construída corretamente
18, 20	E	Tabela construída incorreta
21, 44	E	Inverteu os valores de x e f(x)
25, 42	E	Tabela construída incorreta
29, 34	C	Construída corretamente
30	E	Tabela construída incorreta
33, 40	E	Só marcou o ponto (5,10)
51, 54	C	Construída corretamente
Certas (C)	14	
Acerto Parcial (P)	0	
Errada (E)	11	
Não Realizada (N)	8	
	Total Alunos Participantes = 33	

Data: 13/05/10		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 3		**Atividade 9 - Letra B**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 22	N	
3, 5	P	Tabela construída incompleta
4, 20	N	
8, 27	N	
9, 33	N	
10, 41	C	Tabela construída corretamente
12, 24	C	Tabela construída corretamente
16, 23	N	
18, 30	C	Tabela construída corretamente
19, 43	N	
21, 46	P	Tabela correta para a função encontrada
25	N	
26, 47	P	Tabela construída incompleta
28, 39	C	Tabela construída corretamente
29, 48	N	
31, 42	C	Tabela construída corretamente
36, 37	C	Tabela construída corretamente
45, 51	C	Tabela construída corretamente
49, 50	N	
Certas (C)	14	
Acerto Parcial (P)	6	
Errada (E)	0	
Não Realizada (N)	17	
	Total Alunos Participantes = 37	

D9.C – Atividade 9 – Letra C

Data: 04/12/09		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 1		**Atividade 9 - Letra C**
Nº		Respostas dos Alunos
2	E	Marcou 2 ptos. Um certo (5,10) e um errado (15,50).
5	P	Marcou os pontos mas não traçou a curva
7	N	
8	N	
11	E	Gráfico construído não correponde a do exercício
15	N	
18	C	Gráfico construído corretamente
23	P	Marcou os pontos mas não traçou a curva
24	N	
25	N	
26	N	
27	C	Gráfico construído corretamente
31	C	Gráfico construído corretamente
32	N	
33	N	
34	P	Marcou os pontos mas não traçou a curva
37	N	
38	N	
39	C	Gráfico construído corretamente
43	N	
46	E	Gráfico construído incorretamente
48	C	Gráfico construído corretamente
49	E	Gráfico construído incorretamente
50	N	
51	E	Marcou apenas pontos, mas não pertencem ao gráfico
Certas (C)	5	
Acerto Parcial (P)	3	
Errada (E)	5	
Não Realizada (N)	12	
	Total Alunos Participantes = 25	

Data: 14/05/10		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 2		**Atividade 9 - Letra C**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 31	N	
3, 7	C	Gráfico construído corretamente
4, 39	N	
5, 46	N	
6, 48	E	Gráfico construído incorretamente
8, 19	C	Gráfico construído corretamente
9, 10	P	Gráfico correto para a tabela construída
11, 15	C	Gráfico construído corretamente
13, 43	N	
17, 27	C	Gráfico construído corretamente
18, 20	E	Marcou 3 pontos mas não traçou a curva
21, 44	E	Marcou 3 pontos mas não traçou a curva.
25, 42	E	Marcou 2 pontos mas não traçou a curva
29, 34	C	Gráfico construído corretamente
30	N	
33, 40	E	Marcou alguns pontos errados, não traçou a curva
51, 54	C	Gráfico construído corretamente
Certas (C)	12	
Acerto Parcial (P)	2	
Errada (E)	8	
Não Realizada (N)	11	
	Total Alunos Participantes = 33	

Data: 13/05/10		Exercícios Função Afim - Parte 3
TURMA 3		**Atividade 9 - Letra C**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 22	N	
3, 5	C	Gráfico construído corretamente
4, 20	E	Gráfico construído incorretamente
8, 27	N	
9, 33	N	
10, 41	C	Gráfico construído corretamente
12, 24	C	Gráfico construído corretamente
16, 23	N	
18, 30	C	Gráfico construído corretamente
19, 43	N	
21, 46	P	Gráfico correto para a tabela construída
25	N	
26, 47	N	
28, 39	C	Gráfico construído corretamente
29, 48	N	
31, 42	C	Gráfico construído corretamente
36, 37	C	Gráfico construído corretamente
45, 51	C	Gráfico construído corretamente
49, 50	N	
Certas (C)	16	
Acerto Parcial (P)	2	
Errada (E)	2	
Não Realizada (N)	17	
	Total Alunos Participantes = 33	

Apêndice D10 – Planilha da Atividade 10

Data: 04/12/09		Função Afim - Parte 3
TURMA 1		**Atividade 10**
Nº		Respostas dos Alunos
2	E	Resposta: B,D,A,C - 0 acerto
5	P	Resposta: C,D,B,A - 1 acerto Função
7	C	Resposta: C,A,D,B - 4 acertos
8	N	
11	P	Resposta: B,A,D,C - 2 acertos Tabela, Função
15	P	Resposta: C,B,D,A - 2 acertos Função
18	P	Resposta: D,A,C,B - 2 acertos Tabela
23	P	Resposta: C,B,A,D - 1 acerto Função
24	P	Resposta: C,B,A,D - 1 acerto Função
25	P	Resposta: B,C,D,A - 1 acerto Função
26	P	Resposta: C,D,A,B - 2 acertos Função, Tabela
27	P	Resposta: C,D,A,B - 2 acertos Função, Tabela
31	C	Resposta: C,A,D,B - 4 acertos
32	N	
33	E	Resposta: B,D,C,A - 0 acerto
34	P	Resposta: C,B,D,A - 2 acertos Função
37	P	Resposta: B,A,D,C - 2 acertos Tabela, Função
38	P	Resposta: C,D,A,B - 2 acertos Função, Tabela
39	P	Resposta: C,B,A,D - 1 acerto Função
43	P	Resposta: D,A,C,B - 2 acertos Tabela
46	P	Resposta: A,D,C,B - 1 acerto Tabela
48	C	Resposta: C,A,D,B - 4 acertos
49	P	Resposta: C,B,D,A - 2 acertos Função
50	P	Resposta: B,C,D,A - 1 acerto Função
51	P	Resposta: C,B,D,A - 2 acertos Função
	Total Alunos Participantes = 25	

Data: 14/05/10		Função Afim - Parte 3
TURMA 2		**Atividade 10**
Nº		Respostas dos Alunos
1, 31	E	Resposta: B,C,A,D - 0 acerto
3, 7	P	Resposta: C,B,A,D - 1 acerto Função
4, 39	P	Resposta: D,C,A,B - 1 acerto Tabela
5, 46	P	Resposta: C,B,A,D - 1 acerto Função
6, 48	E	Resposta: B,D,A,C - 0 acerto
8, 19	C	Resposta: C,A,D,B - 4 acertos
9, 10	C	Resposta: C,A,D,B - 4 acertos
11, 15	C	Resposta: C,A,D,B - 4 acertos
13, 43	C	Resposta: C,A,D,B - 4 acertos
17, 27	P	Resposta: C,D,A,B - 2 acertos Função, Tabela
18, 20	P	Resposta: C,D,A,B - 2 acertos Função, Tabela
21, 44	P	Resposta: C,B,D,A - 2 acertos Função
25, 42	P	Resposta: C,D,A,B - 2 acertos Função, Tabela
29, 34	P	Resposta: A,B,D,C - 1 acerto Função
30	N	
33, 40	P	Resposta: C,D,A,B - 2 acertos Função, Tabela
51, 54	P	Resposta: C,B,A,D - 1 acerto Função
		Total Alunos Participantes = 33

Data: 13/05/10		Função Afim - Parte 3
TURMA 3		**Atividade 10**
Nº		Respostas dos Alunos
2, 22	P	Resposta: C,B,A,D - 1 acerto Função
3, 5	P	Resposta: C,A,B,D - 2 acertos Função, Tabela
4, 20	C	Resposta: C,A,D,B - 4 acertos
8, 27	P	Resposta: C,D,A,B - 2 acertos Função, Tabela
9, 33	P	Resposta: C,D,A,B - 2 acertos Função, Tabela
10, 41	P	Resposta: C,D,A,B - 2 acertos Função, Tabela
12, 24	P	Resposta: C,B,A,D - 1 acerto Função
16, 23	C	Resposta: C,A,D,B - 4 acertos
18, 30	C	Resposta: C,A,D,B - 4 acertos
19, 43	P	Resposta: C,B,D,A - 2 acertos Função
21, 46	P	Resposta: C,B,D,A - 2 acertos Função
25	N	
26, 47	P	Resposta: C,B,A,D - 1 acerto Função
28, 39	C	Resposta: C,A,D,B - 4 acertos
29, 48	P	Resposta: C,B,D,A - 2 acertos Função
31, 42	C	Resposta: C,A,D,B - 4 acertos
36, 37	P	Resposta: C,B,D,A - 2 acertos Função
45, 51	P	Resposta: C,D,A,B - 2 acertos Função, Tabela
49, 50	E	Resposta: B,C,A,D - 0 acerto
		Total Alunos Participantes = 37